

Inferencia multimodelo y selección de modelos aplicados a la determinación de L_{50} para la sardina crinuda *Opisthonema libertate* del sur del Golfo de California

Mercedes L. Jacob-Cervantes^{*Δ} y Hugo Aguirre-Villaseñor^{*}

La sardina crinuda *Opisthonema libertate* es una especie de valor comercial que representa entre 50% y 75% de las capturas del complejo de sardina crinuda en el sur del Golfo de California. La talla media de madurez sexual (L_{50}) se estimó a partir de cinco modelos sigmoides para 559 hembras; las muestras provienen de la captura comercial de la sardina crinuda descargada en el puerto de Mazatlán, Sinaloa en 2011. El modelo de Richards no representó adecuadamente la distribución de datos. Para la selección del mejor modelo se aplicó el criterio de información de Akaike (AIC). Los mejores modelos para las hembras fueron los de Lysack, White y Brouwer y Griffiths ($L_{50} = 136$ mm de longitud estándar LE). La diferencia entre AIC fue menor a 1.24. Acorde con la inferencia multimodelo, se utilizaron cuatro modelos para estimar el modelo global. En hembras, el valor de L_{50} fue de 135 mm y el $IC_{95\%}$ de 130 a 139 mm. La estimación del modelo global está por debajo de lo estipulado en la norma oficial NOM-003-PESCA-1993, 160 mm LE , lo que pudiera deberse a diversos factores, por ejemplo: diferencias latitudinales, la selección del modelo, el tamaño de muestra o la estructura de los datos. Debido a que la selección de modelos influye en el valor del parámetro, el criterio de información permite seleccionar “el mejor modelo” de acuerdo con los datos. En el presente trabajo no se encontró un modelo “claramente ganador”, por lo que la inferencia multimodelo es útil en el cálculo de un modelo global para la talla media de la madurez sexual.

Palabras clave: Modelos sigmoides, selección de modelos, criterio de información, Norma Oficial Mexicana.

Multi-Model inference and model selection applied to calculate L_{50} for thread herring *Opisthonema libertate* from the Southern Gulf of California

The thread herring *Opisthonema libertate* is an important commercial species in the Gulf of California. Captures are between 50% to 70% of the total catch of thread herring complex. The mean size at sexual maturity (L_{50}) was estimated using five sigmoid models for 559 females; specimens of thread herring came from commercial catch landings in Mazatlan Port during 2011. Richards model does not adequately represented the data distribution. The best model was selected using the Akaike information criterion (AIC). The best models for females were the Lysack, White and Brouwer and Griffiths ($L_{50} = 136$ mm standard length LE). The differences among AIC were lower than 1.24. In accord with the multimodel inference approach, the model-averaged L_{50} for females was estimated, using four models. The L_{50} was 135 mm and $IC_{95\%}$ from 130 to 139 mm. The value of L_{50} disagree with the value reported in the official regulation NOM-003-PESCA-1993, 160 mm LE , those differences might be associated with various factors, for example: latitudinal differences, model selection, sample size, data structure, etc. Because the parameter values depend directly on the model selected, the information criteria allows for the selection of “the best model” given the data set. In the present work there is no clear “winner model”, nevertheless the multimodel inference approach is a recommended method for estimating a global model of the mean size at sexual maturity.

Key words: Sigmoid models, model selection, information criterion, Mexican Official Regulations.

* Centro Regional de Investigación Pesquera - Mazatlán. Instituto Nacional de Pesca. SAGARPA. Calzada Sábalo-Cerritos s/n, Estero El Yugo, AP 177 Mazatlán, Sin., México. ^Δ mechejacob@yahoo.com

Introducción

La sardina *Opisthonema libertate* (Günther 1867) pertenece al grupo de peces denominado sardina crinuda, constituido por tres especies: *O. libertate*, *O. bulleri* (Regan 1904) y *O. medirastre* (Berry y Barrett 1963), y junto con la sardina bocona *Cetengraulis mysticetus* (Günther 1867) forman parte de la pesquería de pelágicos menores del sur del Golfo de California. Esta región abarca desde Punta Ahome, Sinaloa, hasta Bahía de Banderas en Jalisco. La sardina crinuda conforma un grupo muy abundante y *O. libertate* representa entre 50% y 75% de las capturas (Jacob-Cervantes 2010). En los últimos años, las descargas de este recurso se han incrementado sostenidamente. En 2011, la captura de pelágicos menores en Sinaloa tuvo un valor de 139 437 t, que representa 20.38% de la producción nacional (SAGARPA 2013), lo que lo posiciona en el primer lugar en el ámbito estatal por sus volúmenes de captura y en el quinto por su valor económico (SAGARPA 2011).

La época reproductiva de los peces pelágicos menores no es fija, pues debido a la maduración asincrónica de los ovocitos estas especies realizan desoves múltiples. La sardina, por ejemplo, puede desovar cada 15 días. En la región de Mazatlán, la época de desove para *O. libertate* abarca verano y otoño principalmente (Nevárez-Martínez 2006). Conocer el ciclo de vida de los organismos, su comportamiento y la forma como se perpetúan, facilita entender su dinámica y sus probables respuestas ante la presión pesquera. Asimismo, para la evaluación y el manejo pesquero, es importante la talla de primera madurez (L_{50}) como parámetro que indica la longitud media de primera reproducción, que es aquella a la que 50% de los individuos de una población es sexualmente maduro (Chen y Paloheimo 1994). La L_{50} es un importante parámetro de historia de vida y esencial en los análisis demográficos y referencia para el manejo de los recursos, pues con él es posible establecer tallas mínimas de captura o épocas de veda. El modelo sigmoideo ha sido utilizado como una representación matemática de la relación entre la talla y la madurez sexual. Actualmente existen varios modelos para la estimación de (L_{50}), y el valor estimado de (L_{50}), puede variar entre modelos dependiendo de la

naturaleza del algoritmo (Trippel y Harvey 1991, Roa *et al.* 1999, Zhu *et al.* 2011).

En el caso de los peces pelágicos menores en México, comúnmente se ha aplicado el modelo logístico de distribución normal con diferentes variantes (Gluyas-Millán 1994, Sparre y Venema 1997, García-Alberto 2010, Martínez-Zavala *et al.* 2010), sin que necesariamente sea el más adecuado o el que mejor se ajuste a los datos. En otros países, como Venezuela, también se utiliza el modelo logístico (Gassman *et al.* 2008). La elección de un modelo es a menudo arbitraria o por alguna preferencia personal (Trippel y Harvey 1991, Flores *et al.* 2010). Desde el contexto de la selección de modelos, se debe tomar en cuenta que hay una gama de modelos que se ajustan a un grupo de datos en particular, por lo que es necesario establecer un criterio de decisión para elegir el mejor, como es el de información (Burnham y Anderson 2004).

La inferencia multimodelo postula que cuando los datos soportan evidencia para más de un modelo, en lugar de estimar los parámetros a partir de sólo “el mejor modelo”, es posible estimarlos a partir de varios modelos e incluso todos los modelos considerados. Obtener el valor promedio de la variable predicha, a partir de varios modelos, es una ventaja para alcanzar una inferencia robusta que no esté condicionada a un sólo modelo y que integra la aportación ponderada de cada modelo ajustado (Burnham y Anderson 2002). El objetivo de la presente investigación es utilizar el enfoque de teoría de información y estimar la talla promedio de madurez sexual (L_{50}) en hembras de *O. libertate* con la técnica de la inferencia multimodelo.

Materiales y métodos

La información analizada en este estudio procede de los muestreos biológicos de las capturas comerciales de la sardina crinuda descargada en el puerto de Mazatlán, Sinaloa, de enero a diciembre de 2011, salvo octubre cuando la flota hizo un alto en sus actividades pesqueras por labores de mantenimiento anual. De cada organismo se obtuvo: longitud estándar (LE), sexo y grado de madurez, además, se determinó la especie de *O. libertate* mediante el conteo de

branquiespinas en el microscopio según la clave de Berry y Barret (1963), para lo que se recolectó el primer arco branquial de cada organismo. El sexo y la madurez gonadal de los peces se determinan por medio de la escala morfocromática de Nikolsky (1963), modificada por Cisneros *et al.* (1987¹), que se basa en el color y en la forma de la gónada. Se consideraron únicamente hembras maduras en etapas o estadios III y IV. Se obtuvo la frecuencia de hembras maduras e inmaduras para cada intervalo de clase de 5 mm. Para revisar si existen diferencias significativas en la distribución relativa de las tallas entre hembras maduras e inmaduras, se utilizó una prueba de χ^2 , para una significancia de 0.05.

Con los datos de frecuencia absoluta se utilizaron cinco modelos sigmoidales para estimar la longitud media de primera madurez (L_{50}), definida como la longitud estándar a la que al menos 50% de las hembras en el stock están maduras. Para todos los modelos considerados, es la proporción de organismos maduros dentro de la clase de tallas i , L_{50} es el parámetro en común y los parámetros β_i tienen diferente significado en cada uno de los cinco modelos:

Gompertz (1825):

$$P_i = \exp^{-\exp^{-\beta_1(Lt_i - L_{50})}} \quad \text{Ec. 1}$$

Donde: β_1 es la tasa de cambio.

Richards (1959):

$$P_i = [1 - (1 - \beta_2) \exp^{-\beta_1(Lt_i - L_{50})}]^{1/(1-\beta_2)} \quad \text{Ec. 2}$$

Donde: β_1 y β_2 son parámetros de ajuste.

Lysack (1980):

$$P_i = \frac{1}{1 + \exp^{-\beta_1(Lt_i - L_{50})}} \quad \text{Ec. 3}$$

Donde: β_1 es la tasa de cambio.

White *et al.* (2002):

$$P_i = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{-\ln(19)(Lt_i - L_{50})}{(\beta_1 - L_{50})}\right]} \quad \text{Ec. 4}$$

Donde: β_1 es la longitud en que 95% de las hembras de la población están sexualmente maduras.

En: Brouwer y Griffiths (2005):

$$P_i = \frac{1}{1 + \exp^{-(Lt_i - L_{50})/\beta_1}} \quad \text{Ec. 5}$$

Donde: β_1 es la amplitud de la ojiva de madurez.

Los modelos se ajustaron minimizando el negativo del logaritmo de verosimilitud ($-lnL$) con la función SOLVER de Excel 2010, con el algoritmo de búsqueda directa de Newton (Neter *et al.* 1996). Si se usa la función de probabilidad de la distribución binomial, la de verosimilitud es:

$$-lnL = -\sum_{i=1}^n [m_i \times \log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) + n_i \times \log(1-p_i) + \log\left(\frac{n_i!}{m_i!}\right)] \quad \text{Ec. 6}$$

Donde: m_i es el número de organismos maduros en la talla de clase i , n_i es el número total de organismos presentes en la talla de clase i , p_i es la probabilidad del evento en la talla de clase i (Brouwer y Griffiths 2005).

Siendo: $\binom{n_i}{m_i} = \frac{n_i!}{((n_i - m_i)!m_i!)}$ las combinaciones de n en m .

Los intervalos de confianza de L_{50} se estimaron a partir del cálculo del perfil de verosimilitud suponiendo una distribución χ^2 , con m grados de libertad (Polacheck *et al.* 1993).

$$IC = 2[L(Y \setminus p) - L(Y \setminus p_{est})] \leq \chi_{df, 1-\alpha}^2 \quad \text{Ec. 7}$$

Donde: $L(Y \setminus p_{est})$ es el logaritmo de la máxima verosimilitud del parámetro y $L(Y \setminus p)$ es el logaritmo de la verosimilitud del parámetro dentro del perfil de verosimilitud. $\chi_{1,1-\alpha}^2$ es el valor de la

1. CISNEROS MÁ, JP Santos, JA De Anda, A Sánchez-Palafox y JJ Estrada. 1987. Pesquería de sardina en el noroeste de México (1985/1986). Documento interno. Julio 1987. Centro Regional de Investigaciones Pesqueras, Guaymas, Sonora. Instituto Nacional de la Pesca. Secretaría de Pesca. 79p.

distribución χ^2 a un nivel de confianza $1-\alpha$ ($\alpha=0.05$) y grados de libertad ($gl = 1$).

Para elegir el mejor modelo, dado los datos, se utilizó el criterio de decisión de Akaike (AIC):

$$AIC = -2\log L + 2K \quad \text{Ec. 8}$$

Donde: K es el número de parámetros por estimar y n el número de datos. El mejor modelo se seleccionó a partir del valor más bajo de AIC_{\min} (Burnham y Anderson 2004). Las diferencias de AIC fueron obtenidas para cada uno de los modelos:

$$\Delta_i = AIC_i - AIC_{\min} \quad \text{Ec. 9}$$

Los modelos con un $\Delta_i < 2$ son estadísticamente viables para estimar la variable de respuesta dado el conjunto de datos (Burnham y Anderson 2002).

Utilizando el enfoque de la inferencia multi-modelo se calcularon el valor promedio (L_{50}) y los límites inferior (IC_L) y superior (IC_U) del intervalo de confianza promedio:

$$\theta = \sum_{i=1}^n w_i \hat{\theta}_i \quad \text{Ec. 10}$$

Donde: θ es el valor promedio que se quiere estimar, $\hat{\theta}_i$ es el valor estimado multiplicado y w_i el ponderado de Akaike para cada modelo i :

$$w_i = \left(\frac{\exp(-0.5\Delta_i)}{\sum_{i=1}^n \exp(-0.5\Delta_i)} \right) \quad \text{Ec. 11}$$

Resultados

Se presentaron hembras maduras casi todo el año, pero en mayor proporción en los meses de abril, mayo y septiembre con 97%, 100% y 95%, respectivamente. La determinación del sexo y el estado de madurez se asignaron al total de la muestra, se analizaron 559 hembras; el intervalo de talla (LE) para el total de la muestra fue de 130 a 190 mm, el de hembras inmaduras fue de 135 a 180 mm y el de maduras de 130 a 190 mm. Para las hembras inmaduras se observa una distribución modal con moda en 155 mm, para las maduras en 170 mm (Fig. 1). La prueba de χ^2 muestra que no existen diferencias significativas

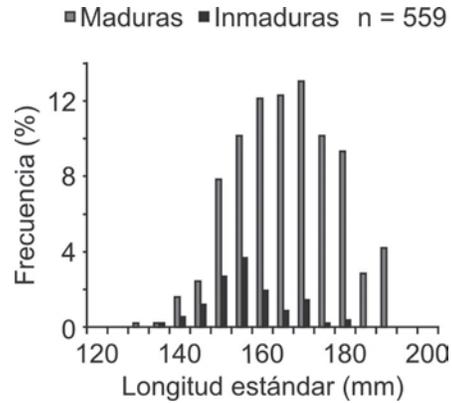


Fig. 1. Frecuencia absoluta porcentual de hembras maduras e inmaduras de sardina crinuda *Opisthonema libertate*, del sur del Golfo de California durante el año 2011.

entre las distribuciones de frecuencia relativa entre hembras maduras e inmaduras ($\rho = 0.99$).

La talla media de madurez L_{50} fue calculada para las hembras utilizando cinco modelos. Los datos observados presentan una alta proporción de madurez (≥ 0.5) a lo largo de todos los intervalos de clase, la población analizada está compuesta de una pequeña fracción de organismos precoces (126-135 mm LE) y un segmento de organismos maduros mayores (Fig. 2). Las estimaciones de L_{50} (LE) variaron entre 131 mm ($IC_{95\%} = 129-133$ mm) con el modelo de Gompertz y 159 mm ($IC_{95\%} = 156-164$ mm) con el de Richards. El resto de las estimaciones tuvo el mismo valor (136 mm) pero variando el $IC_{95\%}$: 133-139 mm (modelo de Lysack), 125-144 mm (modelo de White) y 134-138 mm (modelo de Brouwer y Griffiths) (Fig. 3). El modelo de Richards fracasa al tratar de ajustar la distribución observada, el valor calculado (línea continua en la Fig. 2a) para la L_{50} (ca. 120 mm LE) es menor al del parámetro calculado (159 mm), motivo por el que este modelo no se consideró para el cálculo del modelo global; para el resto de los modelos no se observa este fenómeno (Fig. 2b).

El valor de $-L$ varió de -21.8 a -22.4; el valor mínimo de AIC fue 47.62 y correspondió a los modelos de Lysack, White y Brouwer y Griffiths que presentaron el mejor ajuste a los datos y aporta cada uno 28.6% de la evidencia del modelo. La diferencia de AIC (Δ_i) entre estos modelos y el de Gompertz es de 1.24, por lo que se utilizaron los cuatro para estimar el modelo global (MG).

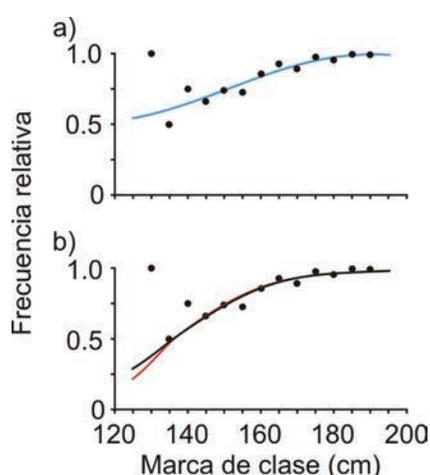


Fig. 2. Proporción de hembras maduras de sardina crinuda *Opisthonema libertate* del sur del Golfo de California (círculo) para: a) modelo de Richards (línea azul) y b) modelos de Gompertz (línea roja), Lysack (línea verde), White (línea morada), Brouwer y Griffiths (línea negra).

El valor de L_{50} fue 135 mm y el del $L_{95\%}$ de 130-139 mm (Tabla 1).

Discusión

Para obtener una estimación robusta de los parámetros, cualquiera de los modelos requiere que los datos se distribuyan a lo largo de la curva, es decir, datos cercanos a la asíntota mayor, en las tallas pequeñas y en las cercanas al punto de inflexión (Birch 1999, Trippel y Harvey 1991); cuando esto no se cumple, los modelos presentan problemas para ajustarse a los datos observados. En el presente trabajo se observa una transición abrupta hacia la madurez, es decir, la probabilidad de madurez es ≥ 0.5 para todos los intervalos de clase analizados. Para el primer intervalo de clase (126-130 mm LE) sólo se registró

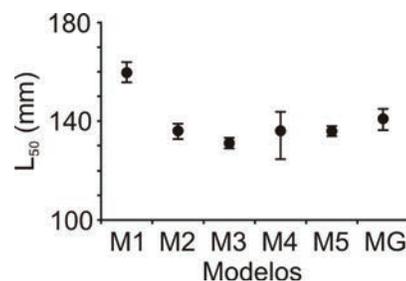


Fig. 3. Valor estimado de la talla media de madurez (círculo) y su intervalo de confianza de 95% (barra) para las hembras de la sardina crinuda *Opisthonema libertate* del sur del Golfo de California para los modelos Gompertz (M1), Lysack (M2), White (M3), Brouwer y Griffiths (M4) y el modelo global (MG).

una hembra madura y para el segundo intervalo (131-135 mm LE) dos, una de ellas madura, por lo que la probabilidad observada para el primer intervalo es de uno y de 0.5 para el segundo. Trippel y Harvey (1991) encontraron que para que los modelos se desempeñen correctamente, el valor de probabilidad mínima observada debe ser ≤ 0.1 , y para que esto sea posible se necesitan al menos 11 datos por intervalo de clase con diez organismos inmaduros y uno maduro. El método utilizado requiere un número grande de datos presentes en cada intervalo de clase, en especial en los intervalos de clase en los que se combinan las fracciones de organismos maduros e inmaduros, desafortunadamente, en poblaciones explotadas comercialmente esto no es posible, debido al sesgo en la selectividad del arte de pesca (Trippel y Harvey 1991).

El modelo de Richards tiene un parámetro, de forma que es posible modelar las curvas con mayor precisión y que el punto de inflexión presente cualquier valor entre la asíntota mayor y la menor (Birch 1999), y no se asume que el valor más bajo de probabilidad sea cero. En el presente trabajo, el modelo de Richards es el que presenta

Tabla 1
Parámetros obtenidos para cada modelo aplicado en la determinación de L_{50} para la sardina crinuda *Opisthonema libertate*, del sur del Golfo de California

Modelo	k	AIC_C	Δ_i	w_i	$L_{50\%}$	$w_i \cdot L_{50\%}$	$IC_{95\%} L$	$IC_{95\%} U$	$w_i \cdot IC_{95\%} L$	$w_i \cdot IC_{95\%} U$
Lysack (1980)	2	47.62	0.00	28.26	136.16	38.48	133.00	139.00	37.59	39.28
Gompertz (1825)	2	48.86	1.24	15.21	131.22	19.97	129.22	133.22	19.66	20.27
White <i>et al.</i> (2002)	2	47.62	0.00	28.26	136.16	38.48	125.00	144.00	35.33	40.70
Brouwer y Griffiths (2005)	2	47.62	0.00	28.26	136.16	38.48	134.16	138.16	37.91	39.05
Global	2				135.41				130.49	139.30

el valor más bajo de AIC (46.7) debido a que es el único modelo que es capaz de intentar explicar el valor observado (1) en el intervalo de clase 126-130 mm. No obstante que los valores predichos son cercanos a los observados, el modelo fracasa porque la predicción de L_{50} es cercana a 120 mm LE , mientras que el valor del parámetro estimado es *ca.* 159 LE (Fig 2a), por tal motivo, el estimado de este modelo se excluyó de posteriores análisis. Para el cálculo de L_{50} en los modelos logísticos (Lysack, White y Brouwer y Griffiths) y el de Gompertz, la probabilidad observada (1) en el intervalo 126-130 mm no afecta tanto en el cálculo de los modelos, porque se asume que el valor más bajo de la probabilidad es cero (Zeide 1993).

Se utilizaron cuatro modelos para estimar el valor de L_{50} para el *stock* de *O. libertate* del sur del Golfo de California. El valor más alto se estimó con los modelos Lysack, White y Brouwer y Griffiths (136 mm) y el más bajo con el de Gompertz (131 mm). Para los cuatro modelos considerados en el presente estudio, el estimado de L_{50} está por debajo de lo estipulado en la NOM-003-PESCA-1993 (160 mm LE , calculado a partir de datos del *stock* de Guaymas, DOF 1993).

Las diferencias observadas entre el valor estipulado en la NOM y los del presente trabajo se pueden deber a diversos factores: *a*) Diferencias fenotípicas de los *stocks* a lo largo de un gradiente latitudinal o temporal. Se ha observado en *Ophiodon elongates* que la L_{50} se incrementa con la latitud al comparar tres *stocks* a lo largo de la costa de British Columbia, Canadá (Richards *et al.* 1990). La L_{50} de un recurso difiere entre años y regiones; en la langosta de roca *Jasus edwardsi*, se han observado gradientes longitudinales, la madurez se incrementa de oeste a este a lo largo de la costa de Victoria, Australia (Punt *et al.* 2006). En el atún de ojo grande *Thunnus obesus* se han encontrado diferencias entre las regiones tropicales del océano Atlántico, el Índico y el Pacífico (Zhu *et al.* 2011). *b*) En cuanto a la calidad y la estructura de los datos, estudios basados en simulación han probado diferentes tipos de distribución logística: sin sesgo, con sesgo hacia la derecha o con sesgo hacia la izquierda, y se han encontrado diferencias en el estimado de L_{50} según la estructura y el número de datos. Cuando

los datos son muy dispersos y no están bien representados, el ajuste puede llegar a ser ineficaz (Trippel y Harvey 1991, Chen y Paloheimo 1994, Punt *et al.* 2006). *c*) La amplitud del intervalo de clase. Se ha observado que para un mismo grupo de datos cuando el IC difiere en amplitud, el estimado de L_{50} puede variar (Chen y Paloheimo 1994). En el presente estudio se utilizó un intervalo de 5 mm, por tanto, el estimado de L_{50} va de $L_{50} - 2.5$ mm a $L_{50} + 2.5$ mm además de su varianza asociada. Por supuesto, este intervalo incluirá el valor de L_{50} obtenido con otra amplitud de intervalos de clase, sea mayor o menor (Chen y Paloheimo 1994). *d*) La elección del modelo. En general, los modelos sigmoideos se ajustan a una función logística (por ejemplo: Lysack, White y Brouwer y Griffiths) y difieren básicamente en como el parámetro β_1 controla la amplitud de la ojiva. El modelo de Gompertz se ajusta a una distribución asimétrica y se aproxima más rápidamente a la asíntota inferior que a la superior, por lo que alcanza el punto de inflexión (L_{50}) antes que en el caso de los modelos logísticos.

Utilizando el criterio de decisión de AIC , los modelos de Lysack, White y Brouwer y Griffiths se aceptan como los mejores (47.62); sin embargo, el modelo de Gompertz presenta una $\Delta_i \leq 1.24$. De acuerdo con el criterio de inferencia multimodelo (Burnham y Anderson 2002), los cuatro modelos deben de ser considerados para el cálculo del global ($\overline{L_{50}} = 135 \text{ mm} \pm 130 - 139 \text{ mm}$).

La inferencia multimodelo es una herramienta muy poderosa en la toma de decisiones, pues permite confrontar diferentes hipótesis (modelos) e incluir las más plausibles en un modelo global incorporando la información de todos los modelos.

Agradecimientos

Se agradece al personal de Maz Sardina S.A. de C.V. por las facilidades otorgadas para el estudio de este recurso, al personal del Programa de Pelágicos Menores del Centro Regional de Investigación Pesquera de Mazatlán del INAPESCA, SAGARPA, por su colaboración en la obtención de la información presentada. A los revisores anónimos por sus comentarios y sugerencias a este manuscrito.

Literatura citada

- BERRY DH e I Barret. 1963. Análisis de las branquias y denominación de las especies del arenque de hebra *Opisthonema*. *Bol. Comm. Inter Amer. Atun Tropical* 7(2): 137-190.
- BIRCH CPD. 1999. A new generalized logistic sigmoid growth equation compared with the Richards growth equation. *Annals of Botany* 83: 713-723.
- BROUWER SL y MH Griffiths. 2005. Reproductive biology of carpenter seabream (*Argyrosoma argyrosoma*) (Pisces: Sparidae) in a marine protected area. *Fishery Bulletin* 103(2): 258-269.
- BURNHAM KP y DR Anderson. 2002. Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach. Springer. New York. 488p.
- BURNHAM KP y DR Anderson. 2004. Multimodel inference. Understanding AIC and BIC in model selection. *Sociological Methods and Research* 33(2): 261-304.
- CHEN Y y JE Paloheimo. 1994. Estimating fish length and age at 50% maturity using a logistic type model. *Aquatic Sciences* 56(13): 206-219.
- DOF. 1993. Norma Oficial Mexicana 03-PESC-1993, para regular el aprovechamiento de las especies de sardina Monterrey, piña, crinuda, bocona, japonesa y de las especies anchoveta y macarela, con embarcaciones de cerco, en aguas de jurisdicción federal del océano Pacífico, incluyendo el Golfo de California. Diario Oficial de la Federación. México, D.F. 31 de diciembre de 1993.
- FLORES L, B Ernst y AM Parma. 2010. Growth pattern of the sea urchin, *Loxechinus albus* (Molina 1782) in southern Chile: evaluation of growth models. *Marine Biology* 157(5): 967-977.
- GARCÍA-ALBERTO G. 2010. Reproducción de la sardina del Pacífico *Sardinops sagax* (Jenyns 1842) en la región sur de la corriente de California. Tesis de Maestría. CICIMAR, IPN. 77p.
- GASSMAN J, N Eslava y LW González. 2008. Reproducción de la sardina, *Sardinella aurita* (Clupeiformes: Clupeidae) del sureste de la Isla Margarita, Venezuela. *Revista de Biología Tropical* 56(4): 1813-1824.
- GLUYAS-MILLÁN G. 1994. Reproducción, edad y talla de primera madurez de la macarela *Scomber japonicus* (Houttuyn 1872) en bahía Vizcaino. *Ciencias Marinas* 20(3): 409-419.
- GOMPERTZ B. 1825. On the nature of the function expressive of the law of human mortality. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 115: 513-585.
- JACOB-CERVANTES ML. 2010. La pesquería de peces pelágicos menores en el sur del Golfo de California. Análisis de la temporada de pesca 2008. *Ciencia Pesquera* 18: 47-58.
- LYSACK W. 1980. 1979 Lake Winnipeg fish stock assessment program. Manitoba Department of Natural Resources, MS Report No. 80-30, Canada. 118p.
- MARTÍNEZ-ZAVALA MÁ , MO Nevárez Martínez, ML Anguiano-Carrasco, JP Santos Molina y AR Godínez-Cota. 2010. Captura de peces pelágicos menores en el Golfo de California, temporada de pesca 2007-2008. *Ciencia Pesquera* 18(2): 5-18.
- NETER J, MH Kutner, J Nachtschien y W Wasserman. 1996. Applied linear statistical models. McGraw-Hill/Irwin. Chicago. 1408p.
- NEVÁREZ-MARTÍNEZ MO, MÁ Martínez-Zavala, CE Coterro-Altamirano, M Jacob-Cervantes, YA Green-Ruiz, G Gluyas-Millán, A Cota-Villavicencio y JP Santos Molina. 2006. Pelágicos. En: F Arreguín-Sánchez L Beléndez-Moreno, I Méndez-Gómez-Humarán, R Solana-Sansores y C Rangel-Dávalos (eds.). *Sustentabilidad y Pesca Responsable: Evaluación y Manejo*. Instituto Nacional de la Pesca. México. Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación, pp: 263-295.
- NIKOLSKY GV. 1963. *The ecology of fishes*. Academic Press. London. 352p.
- POLACHECK T, R Hilborn y AE Punt. 1993. Fitting surplus production models: Comparing methods and measuring uncertainty. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences* 50(12): 2597-2607.
- PUNT AE, D Hobday y R Flint. 2006. Bayesian hierarchical modelling of maturity-at-length for rock lobsters, *Jasus edwardsii*, off Victoria, Australia. *Marine and Freshwater Research* 57: 503-511.
- RICHARDS FJA. 1959. A flexible growth functions for empirical use. *Journal of Experimental Botany* 10: 290-300.
- RICHARDS LJ, JT Schnute y CM Hand. 1990. A multivariate maturity model with a comparative analysis of Three Lingcod (*Ophiodon elongatus*) stocks. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences* 47(5): 948-959.
- ROA R, B Ernst y F Tapia. 1999. Estimation of size at sexual maturity: an evaluation of analytical and resampling procedures. *Fishery Bulletin* 97(3): 570-580.
- SAGARPA. 2011. Anuario estadístico de acuicultura y pesca 2010. *Comisión Nacional de Acuicultura y Pesca*: 1-285.

- SAGARPA. 2013. Ficha de Sardina 2012. http://www.conapesca.gob.mx/wb/cona/ficha_de_sardina_2012. 15 de abril.
- SPARRE P y SC Venema. 1997. Introducción a la evaluación de recursos pesqueros tropicales. Parte 1. Manual. FAO. 420p.
- TRIPPEL EA y HH Harvey. 1991. Comparison of methods used to estimate age and length of fishes at sexual maturity using populations of white sucker (*Catostomus commersoni*). *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences* 48(8): 1446-1459.
- WHITE WT, NG Hall y IC Potter. 2002. Size and age compositions and reproductive biology of the nervous shark *Carcharhinus caudus* in a large subtropical embayment, including an analysis of growth during pre- and postnatal life. *Marine Biology* 141: 1153-1164.
- ZEIDE B. 1993. Analysis of growth equations. *Forest Science* 39(3): 594-616.
- ZHU GP, XJ Dai, LM Song y LX Xu. 2011. Size at sexual maturity of Bigeye Tuna *Thunnus obesus* (Perciformes: Scombridae) in the tropical waters: a comparative analysis. *Turkish Journal of Fisheries and Aquatic Sciences* 11: 149-156.

Recibido: 13 de mayo de 2013.

Aceptado: 11 de diciembre de 2013.