

INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIONES BIOLÓGICO PESQUERAS  
SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO  
COMISION NACIONAL CONSULTIVA DE PESCA  
DIRECCION GENERAL DE PESCA E INDUSTRIAS CONEXAS

Publicación No. 2

# Bases Biológicas de las Pesquerías

por

F. I. Baranov

Con 12 Diagramas en el texto

traducido al español por el Biólogo  
Rodolfo Ramírez Granados.

MEXICO  
1965



**F. I. BARANOV**

**BASES BIOLÓGICAS DE LAS PESQUERÍAS**

“Una hipótesis destruída por los nuevos hechos tiene una muerte honorable; si sólo ha originado el establecimiento de las verdades que la han destruído, ya por eso merece ser immortalizada con un monumento”.

**Henle**

Con 12 diagramas en el texto

(Rusia U.R.S.S. Departamento de Pesquerías. Boletín, v.I, no. 1, p. 81—128. Petrogrado, 1918).

Traducido al inglés por Natalie B. Nottkin, 1934.

También por un experto en la “Foreign Office” Great Britain para el “Ministry of Agriculture and Fisheries (1938)”.

Así mismo: Photo Offset hecha por “California State Fisheries Laboratory” basada en la traducción inglesa antes mencionada y la traducción de William E. Ricker de la Universidad de Indiana.

Traducido al español por el Biólogo Rodolfo Ramírez Granados.

## **LAS BASES BIOLÓGICAS DE LAS PESQUERIAS**

### *CONTENIDO*

#### **TEORÍA FORMAL DE LA VIDA DE LOS PECES.**

Curva de mortalidad. Curva de la población. Curva de la captura. Ecuación de estas curvas. Datos relativos a la platija *Pleuronectes platessa*. Mortalidad anual. Peso promedio de peces desembarcados.

Determinación de los coeficientes de mortalidad natural y de explotación. Acción combinada de mortalidad y explotación.

#### **PESCA CON RED DE ARRASTRE Y TEORÍA DE LA EXPLOTACIÓN DE LAS EXISTENCIAS DE PECES.**

Intensidad geométrica de la pesca. Eficiencia de las artes de pesca. Intensidad elemental real de pesca. Intensidad general real de pesca. Datos empíricos.

El curso general de la curva de la población en relación con el estado de la pesquería. Período de desarrollo de la pesquería. Período de equilibrio de la pesquería y la influencia de su intensidad. Sobrepesca. Relación entre el peso de la captura y la intensidad de la pesca. Límite de tamaño para los peces. Posibilidad de aplicar el método a las pesquerías de peces migratorios.

#### **ESTABILIDAD DE LAS PESQUERIAS Y PERIODICIDAD DE SUS FLUCTUACIONES.**

APENDICE I.—Curva Real de la población y comparación con la curva hipotética.

APENDICE II.—Error probable del método de muestreo al azar.

#### **LISTA DE TRABAJOS CITADOS.**

## INTRODUCCION:

El análisis de las poblaciones de peces, iniciado desde el siglo pasado, ha experimentado en los últimos tiempos un adelanto sin precedente, gracias a las numerosas investigaciones emprendidas para lograr una mejor administración de las principales especies comerciales.

Entre los trabajos fundamentales, que han ejercido más profunda influencia en el desarrollo de la Biología Pesquera y sus más modernos aspectos se encuentran los del Autor Th. Baranov, que se traducen a continuación tomando como base las versiones inglesas más conocidas.

Se ha considerado importante efectuar esta traducción en vista de que hasta ahora, tan esenciales trabajos son escasamente conocidos en los países de habla hispana. Por otra parte es difícil emprender el estudio moderno de las pesquerías si se pasa por alto la existencia de estas contribuciones, que ya son clásicas.

Así ha sido reconocido en países de habla inglesa, como los E.E.U.U.A., y es este país donde ha sido traducido en dos o tres ocasiones, directamente del original en ruso.

Como existen en nuestro país y en general en América Latina, pesquerías que eventualmente deberán someterse a un análisis estadístico exhaustivo y cuidadoso, en forma semejante a como se presenta en estos trabajos, creemos necesario que los investigadores de nuestro país y los países hermanos de habla hispana se familiaricen con estas técnicas que son sin duda, la mejor introducción al análisis moderno de las poblaciones de peces.

Nota: La primera versión mimeográfica en español fue publicada por la Dirección General de Pesca e Industrias Conexas en 1958.

Tradujo: Biólogo Rodolfo Ramírez Granados.

*I.N.I.B.P. MEXICO.*

## PROLOGO

El presente trabajo es un intento para aclarar teóricamente algunos problemas de la economía pesquera y no pretende crear una teoría final acerca de dichas cuestiones. Necesita indudablemente comprobaciones posteriores e intenta resolver principalmente un problema más modesto: aportar material para una hipótesis de trabajo, a la luz de la cual puedan hacerse consideraciones posteriores de los asuntos implicados, pero más sistemáticas y con mayor fortuna.

No consideramos en el presente trabajo el problema general de la utilización de la productividad de las aguas ni de las condiciones de equilibrio de diferentes grupos de su población. La solución de este problema daría sólidas bases para todas las estimaciones comerciales y económica pero requiere el conocimiento de un gran número de correlaciones cuantitativas que están todavía escasamente estudiadas.

Moscú

Febrero, 1916

Th. Baranov

## TEORIA FORMAL DE LA VIDA DE LOS PECES

Imaginemos el caso ideal de un cuerpo de agua en el cual la pesca ha sido efectuada a una cierta intensidad constante durante el tiempo considerado. Supongamos también que en dicha cuenca no hay epidemias, bruscos cambios en los factores hidrológicos o fenómenos similares, que ocasionen cambios fortuitos en la composición de la población de los peces. Consideremos los elementos de la "curva de población" para una de las especies comerciales. Supongamos que un número  $A$  de crías son incubadas o avivadas. Conforme las larvas crecen su número disminuirá gradualmente por diferentes causas y más tarde por la captura; si representamos la longitud de los peces sobre el eje de las abscisas y el número de ellos en el eje de las ordenadas, obtendremos la *CURVA DE MORTALIDAD* (fig. 1) que representa la disminución gradual del número de peces de una generación conforme aumenta su tamaño. Se supone una velocidad uniforme de crecimiento en todos los peces y se desprecia la periodicidad de crecimiento (retardo del crecimiento en invierno). Esto es, se supone que no hay variaciones estacionales en el crecimiento. Supongamos ahora que la oviposición tiene lugar continuamente y el cuerpo de agua recibe ininterrumpidamente nuevas generaciones de crías (del mismo número  $A$ ). Entonces, en cualquier momento dado la población del reservorio consistirá de clases (generaciones) de peces, de edad gradualmente mayor por lo cual la longitud de los peces de una clase a otra aumentará continuamente, y el número de peces en cada clase disminuirá constantemente conforme aumenten en longitud.

Si se determina en cualquier momento dado el número de peces de diferentes longitudes en nuestro reservorio y se reúnen en grupos de acuerdo con su longitud y se construye así la correspondiente *CURVA DE POBLACION*, obtendremos obviamente una curva idéntica a la curva de mortalidad (fig. 1) puesto que en un caso como en el otro los peces de una longitud determinada (b) pertenecen a una generación, cuyo número original fue  $A$  y ha disminuído a  $a$  bajo la influencia de una ley idéntica para todas las generaciones. Puesto que las cosas ocurren bajo nuestros postulados, la población de la cuenca esta en equilibrio, de modo que su composición permanece la misma todo el tiempo y la curva de mortalidad coincide con la curva de población.

Supongamos también que la pesca es hecha con equipos tales como redes de cerco o de arrastre y que los peces de tamaño comercial están distribuidos uniformemente en la cuenta ( $N$ . del

Trad.: Distribución homogénea) por tanto la curva de distribución de longitud de los peces en la captura (CURVA DE CAPTURA) representará la distribución de los peces de tamaño comercial en la cuenca (1).

Construyamos esta curva marcado, como antes, la longitud de los peces en el eje de las abscisas y el número de ellos en el eje de las ordenadas. La curva se divide naturalmente en dos partes principales. Los pequeños peces capturados por el avío de pesca se deslizan a través de las mallas y cuanto más pequeño es su tamaño, mayor el número de los que escapan; por lo tanto la parte izquierda de la curva (CURVA DE SELECTIVIDAD) no expresa la verdadera curva de la población.

La parte derecha de la curva, a partir de un cierto punto B, correspondiente a la longitud L. de los peces a la cual ya no pueden escapar a través de las mallas, coincide con la curva de población, (sus ordenadas son proporcionales a las ordenadas correspondientes de la curva de población). Por tanto el análisis de las capturas proporciona una oportunidad para analizar la curva de mortalidad de los peces de tamaños comerciales (Ver. Fig. 1 y 2).

Generalmente, al examinar las curvas de mortalidad aparecen dos factores: Se sugiere que la mortalidad depende de dos grupos principales de causas: 1) causas de muerte externas y accidentales, que no tienen nada que ver con la condición física y consecuentemente con la edad de cada individuo, y 2) causas que dependen exclusivamente de la edad. De este modo se obtiene la fórmula de Gompertz-Makeham. En nuestro caso, en que la mayoría de la industria depende de la captura de peces comparativamente jóvenes, generalmente de no más de 4 a 5 años de edad, esto es, muy lejos de alcanzar la edad natural más avanzada, podemos despreciar el segundo complejo de causas. Igualmente, el análisis del material disponible aunque de muy limitado, no da indicaciones de que sea necesaria tal complejidad de fórmulas. La disminución del número de peces debida a la pesca es también independiente de la edad (tamaño) de los peces puesto que estamos considerando la parte de la captura representada por el lado derecho de la curva en el diagrama 2.

---

(1).—Para que la curva de captura pueda coincidir con la curva de población es necesario, o bien: I.—Que los peces de diferentes edades estén uniformemente distribuidos en toda la cuenca en tal caso la intensidad de la pesca en diferentes partes de la cuenca puede ser diferente, o II.—Que si los peces de diferentes edades están distribuidos desigualmente, la intensidad de captura debe ser igual en toda el área de la cuenca.

En tal forma, si llamamos  $n$  al número o abundancia de cualquier clase anual y  $t$  al tiempo, llegamos a la conclusión de que la disminución  $dn$  en el número de peces de esta clase durante un corto período de tiempo  $dt$ , es proporcional a la abundancia de este grupo y es igual a:

$$\frac{dn}{dt} = -k_1 n,$$

donde  $K_1$  es un coeficiente igual para todas las clases. Integrando esta ecuación obtenemos:

$$\frac{dn}{n} = -k_1 dt, \text{ ó} \quad \begin{array}{l} 1). -\log. n = -k_1 t + \log. C, \text{ ó} \\ 2). n = Ce^{-k_1 t} \end{array}$$

Donde  $C$  es una constante arbitraria introducida por integración (Véase fig. No. 3).

La ecuación 2) es la expresión teórica de la parte derecha de la curva de captura basándonos en nuestras suposiciones.

Como puede verse en la ecuación 1), esta curva estará expresada por una línea recta, si sobre el eje de las ordenadas marcamos los logaritmos de  $n$ , y sobre el eje de las abscisas la edad de las correspondientes clases anuales de peces. Tal diagrama es un medio conveniente para determinar a que grado las curvas reales corresponden con nuestra ley teórica.

A este respecto podemos sacar ventaja de la siguiente circunstancia.

Como lo demuestran una serie de investigaciones el crecimiento promedio de los peces a la edad de dos o tres años y de cinco a seis años, está en relación directa con la edad. Como se muestra en el diagrama 3 elaborado por Thompson (2) sobre la base de un análisis de las capturas de bacalao procedentes de Firths of Forth y Moray (la longitud del bacalao dada en cm está marcada en el eje de las ordenadas y la edad del pescado en el eje de las abscisas; las líneas verticales dividen las clases por edades, y las subdivisiones entre ellas corresponde ( $n$ ) a los meses; febrero, mayo, agosto, noviembre) muestra excepcional regularidad en el crecimiento del bacalao hasta una longitud de 80 cm. en cuyo tiempo, en este ejemplo se observa un crecimiento de alrededor de 18 a 19 cm por año I). El crecimiento de *Pleuronectes platessa* puede ser, de igual modo, representado con suficiente precisión. Heincke en su fundamental pero desgraciadamente incompleto trabajo sobre *R. platessa* indica que:

|                    |                    |                   |                    |
|--------------------|--------------------|-------------------|--------------------|
| P. <i>Platessa</i> | de 25 cm. de long. | tiene una edad de | 3 y 1/2 años de    |
| " "                | 30                 | " " " "           | " " 4 años de edad |
| " "                | 35                 | " " " "           | " " 5 " " "        |
| " "                | 40                 | " " " "           | " " 6 " " "        |
| " "                | 45                 | " " " "           | " " 7 " " "        |
| " "                | 50                 | " " " "           | " " 9 " " "        |
| " "                | 55                 | " " " "           | " " 11 " " "       |

Es decir entre la edad de 4 y 7 años crece 5 cm anuales.

Suponiendo, por tanto, que  $t = rl$  donde  $l$  representa la longitud del pez y  $r$  cierto coeficiente, podemos convertir las ecuaciones 1) y 2) a la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 1) \dots \log. n &= \log. C - kl, \text{ y} \\ 2) \dots n &= Ce^{-kl} \end{aligned}$$

Sustituyendo  $t$  por su valor  $rl$  tenemos:

$$\log. n = -k_1 rl$$

Por lo tanto donde el coeficiente  $k = rk_1$ , al que llamaremos *coeficiente de disminución o decrecimiento*.

Por lo anterior puede verse que al construir la curva de captura, es posible indicar sobre el eje de las abscisas ya sea la edad del pez o la longitud correspondiente y sobre el eje de las ordenadas, el logaritmo del número de peces  $n$ ; entonces la curva de captura quedará expresada por una línea recta. De hecho, esta propiedad de las curvas de captura de la platija *P. platessa*, de la parte sur de la costa alemana, fue observada por Edser (5) y fue mencionada, en el trabajo citado, de Heincke. Esta observación indica que las suposiciones establecidas para la consideración teórica del asunto, son confirmadas en considerable medida para la platija. Puesto que las pesquerías de este pez han sido estudiadas cuidadosamente y son las mejores entendidas, en lo futuro, las tendremos siempre presentes.

En el trabajo de Heincke se da información detallada acerca de la composición de las capturas de platija, descargadas en puertos ingleses. Estos datos son ordenados por Heincke de manera que representan la composición promedio de la captura total (este arreglo como el autor mismo hace notar es en buena parte convencional) y están agrupados en las tablas incluidas en el trabajo.

1). De acuerdo con las cifras de Holland-Hansen (3) el bacalao, bajo estas condiciones, crece de 9 a 10 cm. cada año.

El diagrama 4 ha sido elaborado de acuerdo con esas tablas. En el eje de las abscisas están marcadas en cm. las longitudes de los peces (de 15 a 65) y las líneas verticales, trazadas cada 5 cm., indican la edad correspondiente del pez, de acuerdo con Heincke. En el eje de las ordenadas se anota el número de peces dado en escala logarítmica, a la izquierda  $\log n$  y en escala ordinaria a la derecha ( $n$ ). La línea sólida irregular del diagrama, representa la composición de la captura para 1905-1906 (tabla x en el trabajo de Heincke) en escala logarítmica (izquierda); los círculos grandes representan las datos sumarizados para 1905-1908 (tabla XIII en Heincke). La línea punteada con círculos pequeños, representa la composición de las mismas capturas para 1905-1906 en escala numérica ordinaria (derecha). Tomando por ejemplo, la línea vertical correspondiente a la longitud de 45 cm. veremos que intercepta la curva punteada en el punto correspondiente a 2000 en la escala del lado derecho e igualmente el punto de cruzamiento de esta ordenada con la curva de línea sólida, también dará sobre la escala izquierda, aproximadamente 2000. (Vease fig. No. 4).

Como se ve, la dirección general de la rama derecha de la curva sólida, se desvía muy poco de la línea recta punteada.

Volviendo a la ecuación 2') y suponiendo  $l=0$  obtendremos  $n_0=C$  esto es, el coeficiente C es igual al número de peces en la clase anual, en el momento inicial de su vida (este es, un valor ficticio en términos generales, puesto que la mortalidad de las crías en el período inicial de su vida, es probablemente diferente a la mortalidad de los peces adultos).

Para la determinación de los valores de  $k$  y  $C$ , consideremos dos grupos de peces.

Supongamos que el primer grupo consta de  $n_1$  peces, de longitud  $l_1$  y el segundo grupo consta de  $n_2$  peces de longitud  $l_2$ .

Sustituyendo estos valores en la ecuación 1') obtenemos:

$$\begin{aligned} \log. n_1 &= -kl_1 + \log. C, \text{ y} \\ \log. n_2 &= -kl_2 + \log. C \text{ de aquí:} \\ 3') \quad k &= \frac{\log. n_1 - \log. n_2}{l_2 - l_1} \end{aligned}$$

o si usamos los logaritmos ordinarios de base 10:

$$3) \quad k = \frac{\log. n_1 - \log. n_2}{0.434 (l_2 - l_1)}$$

Habiendo determinado en esta forma el valor de  $K$ , encontraremos también el valor de  $C$  por la fórmula:

$$C = n_1 e^{-kl_1} = n_2 e^{-kl_2}$$

Para la determinación de los valores de  $k$  y  $l$  a partir de los datos empíricos es necesario tener presente que en el sistema de coordenadas del diagrama 4, estos valores son definidos por una línea recta y su determinación es equivalente a adaptar una línea recta a través de los puntos  $(n_1, l_1)$  y  $(n_2, l_2)$ ; por tanto, debemos seleccionar estos puntos del modo que la línea recta trazada a través de ellos, coincida tanto como sea posible con la curva de captura (1).

El primer punto debe ser tomado en la segunda mitad de la curva donde la influencia de la selección no se deja ya sentir. En la selección del segundo punto es necesario recordar que el extremo derecho de la curva no es seguro por dos razones: 1o.) porque el ritmo de crecimiento de los peces viejos es más lento y así la relación entre edad-longitud usada como base del diagrama no es estrictamente aplicable; si bien esta alteración es algo enmascarada por la superposición o difusión de los grupos anuales correspondientes (ver apéndice 1) y 2o.) la abundancia de estos grupos es comparativamente pequeña lo que hace que las desviaciones accidentales sean particularmente notables. Por tanto es necesario que el segundo punto sea elegido a alguna distancia del extremo de la curva.

Si los valores de  $k$  y  $C$  son determinados solamente sobre la base de los datos numéricos sin hacer el trazo de las curvas, entonces es deseable determinar para dos o tres pares de valores en cada caso. Aplicando la fórmula 3) a nuestro ejemplo obtendremos:

primer punto para  $l_1 = 30$  cm.  $n_1 = 43800$ ;  $\log. n_1 = 4.64$   
segundo punto para  $l_2 = 60$  cm.  $n_2 = 53$ ;  $\log. n_2 = 1.72$

$$\text{Por tanto } k = \frac{4.64 - 1.72}{0.434 (60-30)} = \frac{2.92}{0.434 \times 30} = 0.22$$

Volviendo a las capturas de 1905-1908 vemos que su composición (mostrada en el diagrama 4 con círculos grandes) hasta la longitud de 40 cm. coincide satisfactoriamente con la curva para los años 1905-1906 pero que en el intervalo de 40 a 50 cm., la pendiente de la curva cambia bruscamente y de 50 cm., en adelante sigue otra vez aproximadamente paralela a la curva de 1905-1906 (indicios de una anomalía semejante son también visibles aún en la curva de 1905-1906). Para una mejor comprensión del carácter de esta ruptura es necesario tener presente que como se desprende de la fórmula 1') el coeficiente  $k$  determina la pendiente de la línea recta (en la que se transforma la curva de captura, cuando se traza en el sistema de coordenadas del diagrama 4), pero el coefi-

ciente C determina la primera ordenada. Así el desplazamiento paralelo de la porción de la recta representa la distribución de peces de 50 a 60 cm. de longitud en las capturas de 1905-1908, muestra que el coeficiente general de disminución de los peces de 30 a 40 cm. y de 50 a 60 cm. fue el mismo, pero que a lo largo de la sección entre 40 y 50 cm., tuvo lugar alguna anomalía. Probablemente la suposición más natural sería que si el coeficiente de disminución es constante para toda la curva, la cantidad relativa de las clases inferiores a 40 y superiores a 50 cm., es evaluada incorrectamente por las estadísticas pesqueras (quizá porque las tablas de Heincke se basan solo en datos ingleses, así como porque es Inglaterra la que posee la mayor parte de los vapores con redes de arrastre, que pescan en el banco Dogger y las partes más nórdicas del mar del Norte, donde la longitud promedio de la platija es de 40 cm. y más). Por consiguiente, está perfectamente bien justificado aceptar el valor de  $k = 0.22$  como expresión real de la ley que gobierna la curva de mortalidad para *P. platessa*. Si, no obstante, intentamos tomar el coeficiente  $k$  de modo que mejor exprese la curva empírica, tal como es, entonces debemos aceptar un valor algo menor de  $k$  0.17. En cálculos futuros aceptaremos el valor promedio del coeficiente  $k$  redondeándolo a  $k = 0.20$ .

Habiendo determinado los valores  $n_1$  y  $n_2$  correspondientes a la diferencia entre  $l_1$  y  $l_2$  que representa el crecimiento anual de los peces, podemos encontrar la *disminución anual* correspondiente expresada por la ecuación:

$$\emptyset = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

$$\text{tenemos: } \emptyset = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{C e^{-k l_1} - C e^{-k l_2}}{C e^{-k l_1}}$$

o bien:

$$\emptyset = 1 - \frac{C e^{-k l_2}}{C e^{-k l_1}} = 1 - e^{-k(l_2 - l_1)} = 1 - 10^{-0.43k(l_2 - l_1)}$$

Los resultados de los cálculos de acuerdo con esta fórmula, para la platija (donde  $l_2 - l_1$  es igual a 5 cm.) son dados en la figura

(1).—En este caso, obviamente, no tiene sentido usar el método de los cuadrados menores.

5, en la cual están marcados los valores del coeficiente  $k$  a lo largo del eje de las ordenadas, y en las abscisas los valores del coeficiente  $\varnothing$

Por este diagrama encontramos que el valor  $\varnothing = 0.63$  corresponde al valor  $k = 0.20$ ; y los valores  $\varnothing = 0.57$  y  $\varnothing = 0.67$  corresponden a los valores de  $k = 0.17$  y  $k = 0.22$ , respectivamente.

Aclaremos ahora la relación entre la composición de la población de peces (número total A) y la composición de la parte de ella (número total B) que perece por la captura y otras causas. Indiquemos con  $N$  el número o abundancia proporcional de una cierta clase en el número total A, y la abundancia correspondiente en el agregado B, que indicaremos con  $n$ . Entonces la distribución de frecuencia en el número total A es representada por la fórmula:

$$5). \quad N = N_0 e^{-kl},$$

y la distribución de frecuencia en el agregado B es:

$$n = n_0 e^{-kl} \quad (\text{N. T. suponiendo que el cociente de disminución es el mismo en todos los tamaños}).$$

La reducción de la abundancia  $dN$  en peces de longitud  $l$ , durante el intervalo elemental de tiempo, correspondiente a un aumento en la longitud  $dl$  expresado por la fórmula

$$dN = -kN_0 e^{-kl} dl,$$

y debe ser igual al número de peces en el número total B cuya longitud se encuentra entre los límites  $l$  y  $l + dl$ ; esto es, debe ser igual a:

$$n \cdot dl = n_0 e^{-kl} dl \quad \text{de donde:} \quad kN_0 e^{-kl} dl = n_0 e^{-kl} dl$$

y consecuentemente, para cualquier longitud  $l$ , en general, obtenemos:

$$6). \quad |n|_l = k|N|_l$$

Por lo tanto, es evidente que en nuestros postulados, las curvas de composición de los agregados A y B son "similares" entre sí, esto es, la relación entre ellos en el número de grupos correspondientes, es constante e igual al coeficiente  $k$ . Por lo tanto (y solamente en este caso) podemos juzgar acerca de la composición del total A, a partir de la constitución del total B. (Nota manuscrita en

la traducción norteamericana: esto es, se supone que la captura es representativa de la existencia de peces). (Véase fig. No. 5.)

Al considerar la figura No. 2 se hizo notar anteriormente que la curva de captura se divide en dos secciones, de las cuales la parte derecha constituye el objeto de nuestra discusión. En lo futuro será de particular importancia conocer la longitud de los peces (L en el diagrama 2) en la cual entran enteramente en la región de la curva de captura; llamaremos a esta longitud L la longitud mínima y supondremos que peces de longitud menor a este mínimo, no entran en la composición de la captura y no son perturbados por las pesquerías; pero que al alcanzar esta longitud, los peces están representados completamente en la constitución de la captura.

Bajo estas condiciones, el número R de peces de tamaño comercial (peces de longitud mayor que L) en la cantidad A, es expresado por la integral.

$$7). \quad R = \int_L^{\infty} N_0 e^{-kl} dl = \frac{N_0}{k} e^{-kL}$$

De manera semejante, el número r de peces de tamaño comercial en el agregado B es expresado por la fórmula:

$$r = \frac{N_0 e^{-kL}}{k} \quad \text{o de acuerdo con la } |n_1| = k N_1 \quad 7). \quad r = N_0 e^{-kL}$$

fórmula No. 6,

en donde  $N_0 e^{-kL}$  es el número de peces de longitud mínima en la cantidad total A.

De esta manera llegamos a una conclusión extremadamente importante la cual si se considera la situación en períodos de tiempo finitos, se hace inmediatamente evidente y puede ser generalizada como sigue:—Si una pesquería se encuentra en un estado de equilibrio, el número de peces de tamaño comercial que desaparecen anualmente es igual al número que anualmente alcanza la longitud mínima independientemente de la forma de la curva de población.

En la fórmula considerada, que expresa la relación entre las cantidades totales A y B, el coeficiente de disminución k, muestra solamente la reducción del número de peces, de acuerdo con su crecimiento; ni el cociente de crecimiento de los peces, ni la rapidez de su disminución de número en relación con el tiempo, entran como tales en estas fórmulas. Sin embargo en la deducción de la fórmula 2'), supusimos que la longitud de los peces era proporcional a su edad y consecuentemente la elección de una unidad de longitud, determina también la unidad para medir el tiempo. En particular, supusimos que un intervalo de tiempo de 12 meses representa un aumento de la longitud de los peces igual a 5 cm. y consecuentemente la unidad de longitud seleccionada 1 cm, representa una unidad de tiempo igual a 73 días (aproximadamente 2.5 meses). Esta

unidad de longitud también entró en la determinación del valor de  $k$  (fórmula 3 y las siguientes); en consecuencia, los valores numéricos precedentes de la magnitud  $k$  y los resultados obtenidos a partir de ellos, referentes a la composición de los agregados A y B, corresponden a un período de tiempo de aproximadamente 2.5 meses.

Si la disminución en la cantidad de peces es debida principalmente a la pesca, entonces, la tesis arriba establecida conduce a la conclusión de que el número anual de peces capturados es igual (en un pesquería constante o en condiciones de equilibrio) al número de peces de mínima longitud reclutados anualmente y por lo tanto no depende de la intensidad de la pesquería o de la organización de la industria. Sin embargo, la intensidad de la pesca, al afectar la forma de la curva de población y el coeficiente  $k$ , tiene efecto sobre la distribución en la captura de los peces de diferente longitud y afecta de ese modo el peso de la captura. Para determinar el peso de la captura, hacemos uso de las siguientes circunstancias:

Supongamos que los peces individuales son similares geoméricamente. Entonces, su volumen sera proporcional al cubo de su longitud y si el peso específico permanece el mismo, su peso será también proporcional al cubo de su longitud. Esta hipótesis concuerda extremadamente bien con los datos empíricos y Heincke decide que el peso de la platija en gramos puede ser expresado por la fórmula  $P=0.01 \times l^3$  donde  $l$  es la longitud en cm.

Por tanto, suponiendo que el peso de un pescado es expresado por la fórmula  $p=w l^3$ , donde  $w$  es cierto coeficiente, obtenemos el peso total de la población de peces (de tamaño comercial) de la cantidad total A:

$$\begin{aligned} 8). \quad P &= \int_L^{cc} w N_0 e^{-kl} l^3 dl = w N_0 \int_L^{cc} e^{-kl} l^3 dl = \\ &= \frac{w L^3 N_0 e^{-kL}}{k} \left( 1 + \frac{3}{kL} + \frac{6}{(kL)^2} + \frac{6}{(kL)^3} \right) \end{aligned}$$

o tomando en consideración la fórmula 7):

$$8). \quad P = R w L^3 \left( 1 + \frac{3}{kL} + \frac{6}{(kL)^2} + \frac{6}{(kL)^3} \right) = R w L^3 q$$

En donde  $R$  es el número total de pesca de tamaño comercial en la cantidad total A ;  $w L^3$  es el peso de un pez cuya longitud es igual a  $L$ ; y:

$$\left(1 + \frac{3}{kl} + \frac{6}{(kl)^2} + \frac{6}{(kl)^3}\right) = q, \text{ un cierto coeficiente}$$

Por lo tanto:

$$\frac{P}{RwL^3} = \frac{P}{R} \times \frac{1}{wL^3} = \frac{\text{peso promedio de peces de tamaño comercial}}{wL^3}$$

Nota: Las expresiones entre paréntesis no están contenidas en el original ni en la traducción inglesa. (Vease fig. No. 6).

No es difícil notar que el producto  $wL^3$  el cual interviene en la fórmula 8' es el peso promedio de los peces en la cantidad total A (y en la cantidad total B).

Los valores del coeficiente  $q$ , calculados por su dependencia del valor de  $kL$  son anotados a la largo de las abscisas y el valor del coeficiente  $q$  en las ordenadas, del diagrama 6.

Al intentar apreciar la condición presente de una pesquería surge inevitablemente la pregunta de como era la condición de las existencias pesqueras, cuando la industria de la pesca no tenía gran importancia y la disminución de la población de peces era causada solo por influencia de causas naturales. La resolución de este problema es la más difícil porque el estudio de las pesquerías empezó hace poco y no tenemos detallada información respecto a las primeras etapas. *En tal caso la fórmula 8' puede ser útil, puesto que proporciona la posibilidad de determinar el coeficiente  $k$ , si el peso del pescado de menor tamaño comercial y el peso promedio de los peces en la captura son conocidos.* (1)

En el caso de la platija, es muy conveniente aplicar el método delineado a las pesquerías de este pez en el Kattegat, porque allí ha sido establecido un tamaño mínimo para dicha especie, y este tamaño puede ser considerado como la dimensión mínima  $L$ . Algunos datos acerca de esta pesquería están contenidos en el artículo de Johansen (6). Este demuestra que el peso promedio de la Platija en las capturas de épocas recientes es igual a 320-340 gramos y el peso mínimo correspondiente al tamaño mínimo de 26 cm. establecido para este pez, es igual a 180 gramos. Además de acuerdo con sus datos, el peso promedio de la platija en el Skagerak en los ochentas, (1880, etc.) cuando la pesca de la platija estaba po-

(1).—En la aplicación práctica de este método surge, sin embargo, la consideración de que en la determinación del peso promedio de los peces en la captura, se toma en cuenta también la parte de la curva de captura que refleja la influencia de la selección debida a las artes de pesca.

co desarrollada (era capturada solamente en redes fijas cerca de la orilla) era de 1250 gramos. (2)

De estos datos obtenemos:

$$\text{Coeficiente } q = \frac{340}{180} = 1.9 \quad \begin{array}{l} wL^3q = \text{peso promedio} = 340 \\ wL^3 = \text{Peso de cada uno de los pe-} \\ \text{ces más pequeños.} \end{array}$$

el cual de acuerdo con la figura No. 6 corresponde a un valor de  $KL=5.0$ , o si  $L=26$  cm., entonces  $k=0.19$ .

Se vera que el valor del coeficiente de disminución  $k$  obtenido por un camino esencialmente diferente y por el análisis de otros datos aparece notablemente próximo el valor previamente obtenido.

Suponiendo que en los ochentas también, la longitud mínima era de 26 cm., con un peso promedio de las platijas capturadas de 1250 gramos, obtenemos  $q=1250/180$  6.9 el cual de acuerdo con la figura No. 6, corresponde a un valor de  $kL=1.5$  o con  $L=26$  cm.,  $k=0.058$  o la disminución anual de peces ( de acuerdo con la fig. No. 5):

$$\emptyset = 0.25$$

En ausencia de datos más detallados, podemos aceptar este valor de  $k$ , como correspondiente al límite superior de la mortalidad de los peces cuando la pesquería estaba poco desarrollada, por lo tanto, en lo futuro, tomaremos el coeficiente de disminución natural como  $k_0=0.06$  redondeando la cifra anterior.

Volviendo a las conclusiones sobre las cuales fueron basadas las deducciones de las fórmulas 1) y 1'), examinemos el efecto unido de la mortalidad causas naturales y por la pesca. Supongamos que la mortalidad natural está caracterizada por el coeficiente  $k_0$  y causa una disminución elemental de peces expresada por  $-k_0ndl$  y que la captura de peces está caracterizada por otro coeficiente  $k_2$  que causa a su vez una disminución elemental de peces igual a:  $-k_2ndl$ .

(2).—Esta pesquería comenzó a ser intensamente desarrollada desde 1880, cuando fueron introducidas las redes de fondo (Shurreraad) para la pesca de la platija y las operaciones comenzaron en toda la extensión del Kattegat y especialmente en los noventas cuando los malacates de mano fueron reemplazados por malacates movidos a vapor o motor y finalmente hacia el fin de la misma década cuando las mismas embarcaciones fueron equipadas con motores auxiliares.

Entonces como es sabido por cálculo diferencial, el efecto combinado por muerte natural y pesca causa una disminución elemental de peces que será expresada:  $-(k_0ndl + k_2ndl) = -(k_0 + k_2)ndl$ , y puede ser caracterizada por el coeficiente general:

$k = k_0 + k_2$  al cual puede ser aplicada la fórmula 1') y las siguientes fórmulas del presente trabajo. Pero esta fórmula no puede aplicarse sin embargo a los coeficientes  $k_0$  y  $k_2$  separadamente, una vez se ha supuesto que ambos factores actúan concurrentemente. Por consiguiente, para determinar que proporción de la disminución anual es debida a mortalidad natural y cuál es debida a la explotación, no es por tanto, permisible el usar directamente la figura No. 5.

Para resolver esta cuestión, hacemos notar que la disminución total durante un período de tiempo muy pequeño, está distribuida entre la disminución por muerte natural y por captura en proporción a los coeficientes  $k_0$  y  $k_2$ . Como la pérdida o disminución anual es la suma de estos elementos, es evidente que aquí también la misma proporcionalidad es mantenida. Por tanto, si designamos la disminución anual total de peces, con la letra  $\phi$ , como fue determinada por medio del coeficiente  $k$  en el diagrama 5, obtenemos:

$$\text{pérdida anual por causas naturales} = \frac{\phi k_0}{k_2 + k_0}$$

$$\text{pérdida anual por pesca} = \frac{\phi k_2}{k_2 + k_0}$$

En el presente caso

$$k = 0.20; \quad k_0 = 0.06 \text{ y } k_2 = k - k_0 = 0.14 \text{ obtenemos:}$$

$$\text{disminución anual total de acuerdo con la figura 5} = 0.63$$

$$\text{dism total anual por mortalidad natural} = \frac{0.63 \times 0.06}{0.20} = 0.19$$

$$\text{disminución anual total por pesca} = \frac{0.63 \times 0.14}{0.20} = 0.44$$

Antes de proseguir con otras deducciones de la teoría descrita anteriormente es útil comparar el coeficiente (muy grande por cierto) de explotación de la platija, así determinado, con las conclusiones a que somos conducidos por examen de los datos existentes en la literatura sobre la materia con respecto a la organización de las pesquerías de este especie en el mar del Norte. Al hacer esto trataremos primero con ciertas consideraciones teóricas.

## PESCA DE ARRASTRE Y TEORIA DE LA UTILIZACION DE LAS EXISTENCIAS DE PECES

Examinemos un caso ideal de pesca de arrastre:

Supongamos que sobre una cierta área  $S$ , los peces están distribuidos uniformemente sobre el fondo y no se mueven de lugar en lugar y que la red de arrastre toma todos los peces presentes en el área  $S$  trabajada en una sola redada. Supongamos además que el área  $s$  es solo una pequeña parte del área  $S$  de modo que cada lance se realiza en un lugar que no ha sido previamente trabajado. Entonces el cociente del área cubierta durante un cierto período de tiempo sobre el área total  $S$ , puede ser tomado como medida de la intensidad de la pesca. Este valor, que implica sólo la relación espacial o sea el cociente de las áreas, será llamado *intensidad geométrica de pesca*. Sin embargo, en realidad, la red de arrastre abarca solamente una parte de los peces en el área donde se hace una redada. La relación entre la magnitud de la captura y la cantidad total de peces existente en el área trabajada, será llamada *funcionamiento o eficiencia pesquera* de la red, el cual supondremos, es una cantidad más o menos constante. *El producto de la intensidad geométrica de pesca por el funcionamiento de la red, define como puede verse fácilmente, la intensidad elemental efectiva o real de pesca*; la elemental porque al determinar la intensidad geométrica partimos de la suposición de que todas las redadas se realizaron bajo condiciones uniformes y que las capturas de todos son las mismas. Tal independencia de las redadas podría ocurrir solamente en las circunstancias artificiales arriba descritas; pero en condiciones ordinarias solamente en caso de que la intensidad de pesca sea elementalmente pequeña, de modo que (la captura) no afectará apreciablemente la abundancia general de peces. Supongamos ahora por tanto que la cantidad total de peces en el depósito de agua es igual a  $R$  y que la intensidad efectiva o real de pesca en un pequeño período de tiempo, por ejemplo, un día, es igual al valor  $p$  y permanece constante. Entonces, después del primer día, la pesca en el depósito consta de los peces:

$$\begin{aligned} & R_1 = R(1-p) \\ \text{después del segundo día } & R_2 = R_1(1-p) = R(1-p)^2 \text{ y} \\ \text{después del } n\text{ésimo día } & R_{n-1}(1-p) = R(1-p)^n \end{aligned}$$

Consecuentemente en  $n$  días de pesca, la **captura total** será:  $R - R(1-p)^n$  peces, y la **intensidad total real** de un período de  $n$  días de pesca es expresada con esta fórmula.

$$9). \frac{R-R(1-p)^n}{R} = 1-(1-p)^n = np - \frac{n(n-1)p^2}{1 \times 2} + \frac{n(n-1)(n-2)p^3}{1 \times 2 \times 3}$$

Solamente en el caso de valores de  $p$  muy pequeños y *valores no muy grandes de  $n$*  es posible considerar la intensidad general aproximadamente igual a  $np$ , despreciando el segundo término de la progresión y los subsecuentes.

En la práctica, estamos obligados generalmente a trabajar a partir de un valor de la intensidad que corresponde a un período de tiempo comparativamente grande y tal procedimiento es el único método correcto, porque la intensidad de la pesca durante un intervalo dado puede variar grandemente tan solo a causa de las condiciones atmosféricas; *por tanto solo el valor promedio de la intensidad durante un período de tiempo comparativamente largo, puede dar una idea del grado de utilización de los recursos pesqueros.*

Supongamos que la *intensidad geométrica de la pesca* en un cierto intervalo de  $T$  días es igual al valor de  $U$  (esto es: durante  $T$  días de pesca una área igual a  $US$  fue trabajada) y que la eficiencia pesquera de las artes es igual a 1. Entonces la intensidad elemental real de pesca (por un día) será igual a  $U/T$ , y si la eficiencia del avío de pesca no es 1 sino  $f$ , entonces:

$$\frac{fU}{T} = \frac{U_1}{T} \quad \text{donde } U_1 = fU, \text{ la intensidad final de la pesca}$$

para todo el período de  $T$  es determinada por la fórmula

$$9). \quad 1 - (1 - \frac{U_1}{T})^T$$

Para calcular esta expresión, disminuiremos la magnitud del intervalo haciéndolo tender a la magnitud elemental. Entonces el valor numérico de  $T$  aumentará y en el límite obtenemos:

$$10). \quad \lim_{T \rightarrow \infty} (1 - (1 - U_1/T)^T) = 1 - e^{-U_1} \quad \text{"intensidad de pesca"}$$

Los resultados de los cálculos de esta fórmula se muestran en el diagrama 7 donde los valores de la expresión  $1 - e^{-U}$  son las ordenadas y los valores de  $U_1$  son las abscisas (en escala ordinaria)

De este modo si cada redada cubre solamente una parte comparativamente pequeña de la cuenca, pero en total el cuerpo de agua entero es trabajado solo una vez por año (esto es: la intensidad geométrica de pesca anual es igual a la unidad), entonces, si

además, la eficiencia pesquera del avío es igual a la unidad, la intensidad real de pesca por año será, como se ve en el diagrama igual a 0.63 (vease fig. No. 7).

Este resultado refuta el argumento de Heincke (7) quien supone que si la intensidad geométrica de pesca (para un período de tiempo de un año) es igual a la unidad, entonces la intensidad real es igual a la eficiencia pesquera de la artes utilizadas.

Las suposiciones adoptadas para llegar a la fórmula 9, no contradicen la proposición previamente postulada de que la población de peces se encuentra en estado de equilibrio y que, en consecuencia, la abundancia de peces en la cuenca es una cantidad constante. Aunque debido al crecimiento de los jóvenes, la cantidad total de ellos permanece constante a pesar de la pesca, sin embargo, en la determinación de la intensidad de pesca, es natural tomar un grupo definido de peces, seguir su disminución gradual y determinar su abundancia al fin del período de observación y compararlo con la abundancia que caracterizó al grupo en el comienzo del período. De este modo, llegamos a un valor para la intensidad de pesca, que es uniforme para todos los grupos de peces sujetos a la pesquería durante el período completo bajo consideración.

Finalmente, en esta exposición despreciamos la disminución en número de peces debida a causas naturales (independiente de la pesca); en cálculos detallados debe hacerse la corrección correspondiente a los valores de intensidad elemental.

La información más detallada en relación a la pesca con red de arrastre en el Mar del Norte es proporcionada por las Estadísticas Inglesas, que son analizadas entre otros, en el artículo de Masterman (8). En dicho trabajo se presenta la duración total  $M$  de los viajes en barcos con redes de arrastre, en diferentes partes del Mar del Norte, (incluyendo el tiempo de tránsito) y también la duración promedio  $m$  de los viajes en esas mismas localidades. De esta manera podemos determinar el número total de viajes en una región determinada y dividiendo el área de la misma entre el número total de viajes, es posible encontrar cuantas millas cuadradas del lugar en cuestión son visitadas en el curso de los viajes de un año.

La parte más frecuentemente visitada se encuentra en la sección profunda del Canal Inglés donde (sin contar los buques de arrastre belgas y otros) está concentrada la pesquería de red de arrastre con eje (beam trawl) realizada por veleros ingleses. Allí se efectúan cuatro viajes anuales (la duración de cada viaje es de 6 días) por milla cuadrada. En el Mar del Norte, propiamente, el Banco Dogger es el área más frecuentada con un viaje anual por dos millas cuadradas, siendo la duración de cada viaje, 8 días; el promedio para todo el Mar del Norte es un viaje por 6 millas cua-

dradas. Tomando la distancia entre las tablas del arrastre (cuando está en acción) como igual a 20 metros y la velocidad de arrastre igual a 3 nudos encontramos que cada hora de arrastre cubre una área de aproximadamente 0.034 millas cuadradas. Durante un viaje de una semana, después de deducir el tiempo empleado en el tránsito de ida y vuelta serán empleados realmente 3 o 4 días en la pesca (1) de modo que en un viaje puede ser tra bajada una área de 2.5 a 3 millas cuadradas. El área cubierta por un arrastrero con eje (tomando en consideración la más baja velocidad de arrastre, etc.) será aproximadamente 1/3 de la anterior.

De esta manera podemos calcular que la intensidad geométrica de pesca anual en el Banco Dogger no es menor de 1 a 1.5; en el Mar del Norte como un todo, alrededor de 0.5 y en el canal Inglés alrededor de 3 a 4. Suponiendo, posteriormente, que el funcionamiento del arrastre (1) es igual a la unidad, obtenemos valores provisionales para la intensidad promedio de pesca de acuerdo con la figura 7:

|                                  |      |
|----------------------------------|------|
| Mar del Norte como un todo ..... | 0.4  |
| Banco Dogger .....               | 0.75 |
| Canal Inglés .....               | 0.95 |

Es muy interesante comparar estas cifras con los resultados de ciertas investigaciones. Por ejemplo, para medir las corrientes de fondo, Bidder (9) puso en el área pesquera de los veleros de

(1).—Fulton (20) muestra que generalmente la duración de una redada (en la pesca de arrastre) es de 5 horas, que se hacen 4 redadas por día y que durante un viaje de una semana se emplean 5.5 días en pesca efectiva, es decir, 100 horas o 4 días de continuo arrastre. Sin embargo, las observaciones contenidas en el trabajo citado, hechas en barcos de arrastre, muestran que la pesca continua, es solo posible bajo condiciones particularmente favorables cuando no es necesario emplear tiempo en la búsqueda de localidades más ricas en peces, etc. Por otra parte, los datos estadísticos considerados proporcionan solamente información referente a la captura de barcos ingleses y de éstos, solamente aquellos que hacen viajes cortos y llevan su propia captura a puerto, es decir, no forman parte de las llamadas flotas pesqueras. De acuerdo con los datos por Lee (21), los arrastreros de vapor emplean en un viaje que dura 5 días, 16 o 17 horas diarias en pesca efectiva (es decir alrededor de 3.5 días completos en cada viaje) y en el curso de viajes de 10 días, 13 a 14 horas por día (alrededor de 5.5 días por viaje). Los veleros de arrastre, de acuerdo con datos del mismo autor tienen viajes cuya duración promedio es de 7 días y pescan 11 a 12 horas diarias (alrededor de 3.5 días por viaje).

## 23

(1).—Heincke (7) basándose en sus experimentos, toma el coeficiente de eficiencia de la red de arrastre como 0.25 pero no me parece justificado hacer uso de este valor.

arrastre (en el Canal Inglés) botellas taradas a modo de que flotarán dos pies arriba del fondo. Estas botellas fueron recuperadas subsecuentemente por los barcos de arrastre. En un año se recorrieron un promedio de 56 a 57% de dos series. Sin embargo, en el curso del tiempo las botellas se cubrieron con crecimientos, descendieron más al fondo y pudieron alcanzar lugares inaccesibles para las redes. En el primer mes después del lanzamiento de las botellas, el porcentaje tomado fue mucho más alto y correspondió a una captura del 20 al 25% de las botellas en el curso de mes y medio. Esto da, de acuerdo con la fórmula 9:

$$[1 - (1 - 0.2)^n] \alpha \quad [1 - (1 - 0.25)^n] = 0.8 \text{ a } 0.9$$

es decir, valor muy próximo al encontrado arriba para la intensidad total de pesca en el Canal Inglés.

En 1904, las autoridades británicas emprendieron extensos experimentos de marcado de platija, de los cuales se encontró que en el curso de un año, más del 40% de los liberados en Dogger Bank fueron capturados y alrededor del 30% en las aguas surianas del Mar del Norte. De las platijas liberadas en el Kattegat en 1904 a 1905 fueron recapturados en el curso de un año 40% según las observaciones suecas y 60% de acuerdo con observaciones danesas (10).

La pesca de platija en el Kattegat es verificada por medio de redes de fondo diseñadas especialmente (la pesca de arrastre está allí comparativamente poco desarrollada) y una comparación directa de la organización de esta pesquería con la de arrastre en el Mar del Norte, es difícil o imposible. Sin embargo, podemos obtener un punto de apoyo en el caso presente, comparando la captura promedio anual por unidad de superficie en el Mar del Norte y el Kattegat. *Heincke* por ejemplo, expresa que en 1908, la captura total de platija fue de 47,300,000 kg; el área total de la parte menos profunda del Mar del Norte donde la pesca se concentra principalmente, es igual, aproximadamente, a 100.000 millas cuadradas y así, la captura promedio anual es de 500 kg de platija por milla cuadrada (esto es: 1 pud por desyatina o sean 4 libras por acre). De acuerdo con las cifras de *Johansen* (11), la captura de platija en el Kattegat y en el Skagerak es aproximadamente de 600 kg por milla cuadrada por año; por lo tanto, podemos considerar la intensidad de pesca de este pez en el Mar del Norte y en el Kattegat, como no muy diferentes entre sí.

Comparando estos datos con los resultados que obtuvimos por análisis de la curva de población, debe convenirse que estos resultados y consecuentemente la teoría que los fundamenta, son proba-

blemente ciertos. Por consiguiente, podemos concluir que con toda probabilidad la pesquería con redes de arrastre (por lo menos en lo que respecta a platija) es mucho mayor de lo que Heincke cree. Como antes se demostró, si la población de peces de una cuenca está en condición de equilibrio, ya sea que exista una pesquería en esas aguas o no (para lo cual es esencial y suficiente que, por una parte el número de peces jóvenes producido anualmente sea siempre el mismo, y por otra parte, que la disminución de las generaciones de adultos no esté sujeta a variaciones bruscas), entonces *la curva de distribución de la población de peces coincide con la curva de mortalidad* (1).

Se concluye, por tanto, que aun en ausencia de pesca, las ordenadas de la curva de población disminuirán en proporción a la edad (longitud) de los grupos correspondientes de peces (por ejemplo, el número de individuos de 4 años será siempre menor que el de individuos de 3 años) en cuyo caso, el carácter general de esta curva, como se muestra en el apéndice I, no será alterado por las anomalías que pueden resultar debido a cambios bruscos en el ritmo de crecimiento de los peces más viejos. Es necesario enfa-

(1).—Las conclusiones establecidas se vuelven más simples y evidentes si se conoce la composición por edades de la población de peces. Supongamos que conocemos la abundancia  $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$  de cada uno de los grupos separados por edades de la población. Los cocientes:  $n_2/n_1; n_3/n_2; n_4/n_3$ , están relacionados con la disminución anual de peces para un grupo anual dado. Si estos cocientes son iguales entre si:

$$n_2/n_1 = n_3/n_2 = n_4/n_3 = 1 - \emptyset$$

Esto significa que en el ejemplo a la mano, la disminución anual de peces es una cantidad constante y la población se encuentra en condiciones de equilibrio. En tal caso, la abundancia de los grupos anuales separados será en forma de una progresión geométrica indefinida con  $1-\emptyset$  como la razón común:

$$n_1; \quad n_2 = n_1 (1-\emptyset); \quad n_3 = n_1 (1-\emptyset)^2; \quad n_4 = n_1 (1-\emptyset)^3$$

y el número total de peces  $N$  es la suma de los términos en esta progresión:

$$N = n_1 + n_1 (1-\emptyset) + n_1 (1-\emptyset)^2 + n_1 (1-\emptyset)^3 \dots = \frac{n_1}{1-(1-\emptyset)} = \frac{n_1}{\emptyset}$$

De donde:  $\emptyset = n_1/N$  fórmula muy conveniente para determinar la mortalidad anual de pescados.

tizar esta condición, que es realmente obvia porque, en la literatura puede encontrarse idea imprecisa de que en ausencia de pesca hay una acumulación excesiva de peces de tamaño muy grande (1).

La aparición repentina de una pesquería de cierta intensidad es acompañada por un aumento en la "mortalidad" de los peces, de tal naturaleza que no hay cambio en el carácter general de la curva de población sino que solamente aumentan los valores de los coeficientes  $k$  y  $\emptyset$ . En estas circunstancias, sin embargo, debemos diferenciar dos casos:

1).—Los primeros años de la existencia de la pesquería, cuando la curva de distribución está afectada por el cambio, debido a la alteración repentina del coeficiente  $k$ .

2).—El estado de equilibrio que sigue cuando todos los grupos de la población alcanzan la constitución correspondiente al nuevo régimen.

No es difícil percibir qué carácter tendrá este cambio de la curva de población durante los primeros años de la pesquería y por qué camino se acercará a la curva representativa de la pesquería establecida.

En una pesquería establecida por largo tiempo que afecta por ejemplo a los peces desde que alcanzan los dos años de edad, los de las demás edades estarán expuestos a la influencia de la pesquería durante toda su vida ulterior (2). A saber:

Peces de 3 años de edad: durante el 2o. (y 3er.) años de vida  
 " " 4 " " " " " 2o. 3o. (y 4o.) " de vida  
 " " 5 " " " " " 2o. 3o. 4o. (y 5o.) " de vida

Si, no obstante, la pesquería con que estamos tratando es nueva y está por ejemplo en el tercer año de su existencia, entonces tenemos sólo los grupos de 3 y 4 años de edad sujetos por completo a la influencia de la pesca tal como se estableció en el esquema precedente.

Peces de 3 años de edad: durante el 2o. (y 3er.) años de vida  
 " " 4 " " " " " 2o. 3o. (y 4o.) " de vida  
 " " 5 " " " " " 3o. 4o. (y 5o.) " de vida  
 " " 6 " " " " " 4o. 5o. (y 6o.) " de vida

Por lo tanto, los grupos más viejos llevarán las características del período de transición y en el estado futuro de la pesquería serán reemplazados gradualmente uno tras otro por grupos correspondientes al nuevo régimen. Este proceso de cambio sucesivo en la curva de población se ilustra en la figura No. 8. A lo largo del eje horizontal se representan las clases anuales de peces y a lo largo del

(1).—Ver por ejemplo, el diagrama en la página 79 del trabajo de Johansen.

(2).—Por lo que sigue parece obvio que el autor quiere decir de un año de edad.

eje vertical, la abundancia relativa de los grupos separados, considerando el número de peces en el grupo de 2 años como 100%. Supongamos que el coeficiente anual de mortalidad natural es  $\emptyset = 0.2$  y que la pesquería se establece repentinamente aumentando el coeficiente total anual de disminución a 0.5. La curva ABC es la curva de población antes del nacimiento de la pesquería. La curva  $AB_1C_1$  es la curva de población al final del primer año de pesca; aquí la abundancia de individuos de 3 años, (véase fig. No. 8) ha alcanzado su valor definitivo y no cambiará durante la existencia posterior de la pesquería. La curva  $A_2B_2C_2$  es la curva de la población después de 2 años de existencia de la pesquería; aquí, el número de peces de 4 años de edad ha alcanzado su valor final y no se alterará durante los años siguientes de la pesquería. La significación de las últimas curvas es semejante. De este modo es evidente cómo, la curva de población cambia gradualmente de ABC a la curva  $AB_1B_2B_3 \dots$ , correspondiente al nuevo valor del coeficiente  $\emptyset$ . Véase fig. No. 9.

Las curvas correspondientes a los diferentes valores del coeficiente de disminución anual para platija (en una pesquería establecida por largo tiempo) están registrados en la figura 9, tomando la longitud inicial de los peces como 30 cm y el crecimiento anual como 5 cm. Sobre el eje horizontal se registra la longitud en cm y sobre el eje vertical la abundancia de los grupos en porcentaje, tomando la del grupo de 30 cm como 100%. Los valores correspondientes del coeficiente  $\emptyset$  están marcados sobre cada curva.

De todo lo anterior se concluye como ha sido ya mostrado, que en el caso de un régimen constante, *la estabilidad de la curva de población no depende del coeficiente  $\emptyset$ , esto es, es independiente de la intensidad de pesca*. Sin embargo, en el caso de una alteración del régimen establecido (es decir, aumento o reducción de la intensidad de pesca) cambiará la distribución establecida de peces de varias longitudes en la cuenca y gradualmente, será introducida una nueva distribución estable correspondiente al nuevo régimen, por la cual el equilibrio será alcanzado para cada grupo anual, aproximadamente en un número de años igual a la edad del grupo bajo consideración.

De este modo volvemos a la pregunta: qué significado debe atribuirse al término "pesca excesiva" y hasta qué grado son correctas las concepciones a veces lúgubres, conectadas con este término. Generalmente el concepto "pesca excesiva" naturalmente en una situación en que ha habido poco estudio de las circunstancias que caracterizan una pesquería, se distingue por su gran vaguedad; "pesca excesiva" dice *Heincke* "puede entenderse en diferentes formas:

a).—Como la disminución continua en la captura anual de una especie dada, con una intensidad de pesca constante o creciente.

b).—disminución continua en la abundancia absoluta de peces de mayor tamaño y edad de una especie dada.

c).—el crecimiento continuo en la abundancia relativa de peces pequeños jóvenes, en comparación con el número de peces más viejos y grandes”.

La palabra “sobrepesca”, sin embargo, por su etimología, sugiere que la intensidad de la pesca ha excedido un límite más allá del cual ocurre una marcada disminución en la captura de la pesquería: “el agotamiento de las existencias” acompañado por una continua e ininterrumpida reducción de la captura anual, etc., de acuerdo con las palabras de Heincke citadas. Como se ve por la teoría antes expuesta, tal concepción es profundamente errónea.

En general, al estudiar el desarrollo de una pesquería, es necesario distinguir claramente entre el período de transición, de ajuste, que se origina como resultado de un cambio brusco en la intensidad de la pesquería y el período de estabilización de la pesquería.

El período de transición representado esquemáticamente en la figura 8, está caracterizado por un descenso continuo en la captura. De hecho, el número promedio de peces de tamaño comercial es proporcional a un área del diagrama. En nuestro ejemplo (figura 8), esta cantidad, en ausencia de pesca corresponde al área incluida entre los ejes de coordenadas y la curva ABC y durante el período de transición es reducida gradualmente al área entre los ejes y la curva AB<sub>2</sub> de acuerdo con la intensidad de la pesquería. Puesto que, por hipótesis, esta intensidad permanece constante desde el momento en que la pesquería comienza, por tanto, durante todo el tiempo se captura una porción fija, constante, del número total disponible de peces de tamaño comercial y consecuentemente el tamaño de la captura durante el período de transición, debe disminuir gradualmente hasta la magnitud correspondiente al nuevo régimen.

Tal descenso en la captura sin embargo, difícilmente puede ser denominado “pesca excesiva” y sería por supuesto un error, basar cálculos económicos a partir de la magnitud de las capturas que pueden ser obtenidas durante este período de transición. Por supuesto, no es frecuente que una pesquería de gran intensidad nazca en una cuenca donde previamente no existía ninguna pesquería. Sin embargo, en la historia de la pesquería de platija se han observado dos casos de esa naturaleza. En primer lugar, la pesquería Noruega de platija, que nació hacia el fin de los ochentas, en dos o tres años alcanzó su máximo desarrollo y con igual rapidez se desvaneció (12); y las pesquerías en los bancos Kanin que sufrieron el mismo destino (13). Tan rápido descenso de estas pesquerías puede explicarse de acuerdo con la teoría anteriormente ex-

puesta en la forma siguiente: la masa principal de las capturas consta de los dos o tres grupos de peces más jóvenes (por encima del límite de tamaño comercial mínimo) y por tanto la pesquería alcanza el equilibrio correspondiente a su intensidad, después de 2 ó 3 años, en cuyo estado pierde ya su atractiva superioridad inicial en lo que respecta a rendimiento, comparativamente con otras pesquerías que previamente hayan estado sujetas a explotación constante. Si retornamos a la consideración de una pesquería establecida o constante vemos que si la pesca continúa con intensidad uniforme, la proposición hecha por *Heincke* es enteramente incorrecta. Cualquiera que pueda ser la intensidad de la pesquería ya sea muy pequeña o muy grande en un tiempo comparativamente corto alcanzará un estado de equilibrio, expresado por una de las curvas en la figura 9 y entonces no ocurrirá la disminución continua de las capturas y el cambio de la curva de población (nota manuscrita al margen en la traducción norteamericana: si el número de reclutas es constante o no afectado por el cambio). Las posiciones de equilibrio (en lo que se refiere a magnitud de captura y forma de la curva de población) correspondientes a intensidades diferentes son distintas, pero el cambio, en el caso de una alteración gradual en la intensidad de pesca, también ocurre gradualmente sin ningún salto. Por tanto, en el presente caso, no hay justificación para el uso del término "pesca excesiva". *Finalmente si la pesca intensificada rompe el equilibrio de la pesquería a tal grado que, debido a la captura de los progenitores, el contingente anual de peces jóvenes producidos en la cuenca es inconstante y disminuye año por año* (De hecho, hemos excluido tal contingencia de nuestras consideraciones, puesto que para pesquerías marinas esta situación, como se muestra más tarde en detalle, ocurre difícilmente y para peces migratorios la situación se complica por factores externos, lo que hace necesario abordar por separado cada caso concreto), entonces, no obstante la opinión de *Heincke*, la abundancia de peces grandes debe aumentar en relación con el número de peces más pequeños. Esto se deduce directamente de los argumentos reproducidos en la página 18 (de esta traducción), si atendemos al hecho de que una disminución de los peces jóvenes será reflejada primero que nada, en los grupos más jóvenes, y sólo gradualmente, año tras año, se expresa entre los grupos más viejos; de modo que, si finalmente, la disminución de peces jóvenes se detiene y se establece el equilibrio (con una cantidad total de peces mucho más pequeña que antes) entonces el carácter de la curva de población y en consecuencia, también la abundancia relativa de los diferentes grupos por edades, serán otra vez determinadas por el coeficiente K.

Habiendo examinado casos de pesquerías establecidas, no deja

de tener interés *comparar el tamaño de las capturas producidas por pesquerías de diferentes intensidades.*

El peso total de los peces de tamaño comercial en una cuenca, es función del área incluida entre las coordenadas y la curva de población, y disminuirá gradualmente con un aumento en la intensidad de la pesca mientras el cociente del tamaño de las capturas sobre la cantidad total de pescado, aumentará: como resultado, el peso de la captura variará y alcanzará un máximo a cierta intensidad.

Para determinar esta intensidad, podemos hacer uso de la fórmula 8<sup>1</sup>, ya obtenida, que da el peso total de la población de peces:

$$P = R w L^3 \left( 1 + \frac{3}{kL} + \frac{6}{(kL)^2} + \frac{6}{(kL)^3} \right) = R w L^3 q$$

Sustituyendo en esta fórmula en lugar de la cantidad *R*, el número *r* de pescados que son destruidos anualmente por la pesca o por causas naturales obtenemos la cantidad *P<sub>1</sub>* o sea la disminución anual de la población de peces. Como se ha mostrado ya en la página 7 (fórmula 7<sup>1</sup> y 7), *r* no depende de la intensidad de la pesca (Nota manuscrita en la trad. de la Esc. de Pesq.: *es siempre igual al número de peces reclutados cada año*); del mismo modo, la cantidad *wL<sup>3</sup>* es una cantidad constante. Consecuentemente el monto de la disminución anual depende solamente del coeficiente *q*, cuyos valores están registrados en el diagrama 6 v se distribuyen entre la disminución debida a muerte natural y la disminución debida a la captura, en la proporción de los coeficientes *k<sub>0</sub>* y *k<sub>2</sub>* como se mostró en la página 19.

De este modo, el peso de la captura en el cual estamos interesados, es determinado por la fórmula:

$$8'' \quad P_2 = \frac{P_1 k_2}{k_0 + k_2} = r w L^3 \cdot \frac{k_2 q}{k_0 + k_2}$$

y es proporcional a la cantidad  $\frac{k_2 q}{k_0 + k_2}$  los resultados del cálculo

de varios valores para esta cantidad se muestran en la Fig. 10 donde se toma *L=30* cm como un valor mínimo de *L*. En tal figura

los valores de la expresión  $\frac{k_2 q}{k_0 + k_2}$  son registrados sobre las

ordenadas y los valores del coeficiente *k<sub>2</sub>* en las abscisas. Las curvas trazadas corresponden a los diferentes valores del coeficiente de mortalidad natural *k<sub>0</sub>*, anotados sobre las curvas respectivas. En consecuencia, cada curva muestra cómo, para un valor dado de la mortalidad natural, el peso de la captura varía con la variación

de la intensidad de la pesca. Para mayor claridad, están marcados sobre las curvas los valores de  $\emptyset_0$ , que es el cociente de mortalidad anual y los valores correspondientes<sup>1</sup> tomados de la figura 5; se han trazado ..... verticales punteadas que muestran los valores de  $\emptyset_2$ , la mortalidad anual por pesca para los valores correspondientes de  $k_2$ . Estos valores están indicados condicionalmente, con el propósito de orientación preliminar, porque como se subrayó en página anterior, en el caso de acción confirmada de la mortalidad y la explotación la figura 5 da sólo valores aproximados para estas cantidades y en cuanto a determinarlos separadamente para cada par de valores,  $k_0$  y  $k_2$ , eso obviamente es inconveniente por medio de la construcción de un diagrama. En lo que se refiere al valor de  $\emptyset_2$ , es necesario advertir que lo que puede ser llamado la "intensidad mecánica" de la pesquería (expresada, por ejemplo, por el número de implementos de pesca) es proporcional a los valores del coeficiente  $k_2$  y es muy apropiado citar el valor  $\emptyset_2$  que es, el valor de la intensidad anual de explotación que correspondería a una "intensidad mecánica" dada de la pesquería, en ausencia de mortalidad natural de los peces.

Por examen de estas curvas, se deriva que para una cierta intensidad de la pesquería (cuya intensidad varía con la variación de la magnitud de la mortalidad natural) el peso de la captura alcanza un valor máximo; este máximo que se expresa muy pronunciadamente en el caso de pequeños coeficientes de mortalidad natural, es mucho menos notable cuando los valores de este coeficiente son mayores. Por ejemplo, si la mortalidad natural por año alcanza 15% para la magnitud máxima de captura (2.55 de acuerdo con la escala vertical de la figura 10) que sería obtenida si cada año se tomara un poco menos del 10% de la población de peces; si tomáramos 25% obtendríamos una captura (2.03) alrededor de 20% menor y tomáramos 50%, la captura sería 40% menos (1.49). Así bajo estas condiciones, (con una pequeña mortalidad natural), podemos considerar como eficiente la organización de la pesquería en que sea capturado un 10% de la población y cualquier aumento posterior podría ser llamado "pesca excesiva".

La situación es diferente en el caso de una gran mortalidad natural de peces. Por ejemplo, si la mortalidad natural asciende a 20% ( $\emptyset_0=0.2$ ) entonces la captura alcanzará su máximo valor si es capturado del 15 al 20% (1.62) y si la mortalidad por pesca aumenta a 50%, la disminución en peso será sólo de 17% (1.34). La situación es aún más favorable cuando se asigna a la mortalidad natural de los peces la magnitud  $\emptyset_0=25-30\%$ . Entonces, como se

31  
1) Esto es, en ausencia de pesca.

verá por el diagrama, el rendimiento alcanza su máximo si la captura es igual al 30 a 40% de la población y un aumento posterior de la intensidad de pesca no reduce prácticamente el peso de la captura I). Sin embargo, aún en este caso, sería aconsejable mantener una reducida intensidad de pesca, puesto que entonces el peso promedio de los peces capturados (determinados con el coeficiente  $k_2$ ) sería más grande y consecuentemente la pesquería obtendría un producto más valioso.

Por examen del diagrama 10, puede verse la notable circunstancia de que si la mortalidad natural de los peces alcanza 25%, entonces con un aumento continuo de la intensidad de pesca, el peso total de la captura permanecerá a un mismo nivel y de hecho, tal condición ha sido observada en el caso de la pesquería de platija. Toda una serie de investigadores, convencidos de la existencia de la pesca excesiva en general y aspirando a encontrar pruebas de su existencia, no han sido capaces de descubrir reducción alguna en el peso total de la captura de platija en el Mar del Norte. Esta circunstancia ha sido responsable probablemente de tanta incertidumbre en la comprensión del término "sobrepesca".

En lo que respecta a la pesca de platija en el Kattegat, existe definida información (6) demostrativa de que a pesar del gran aumento en la intensidad de la pesca, el monto de la captura<sub>1</sub> ha permanecido prácticamente sin cambio (4.5 millones de kg) de 1886 a 1904<sup>2</sup>).

---

1).—Un aumento de  $\varnothing_2$  de 0.3 a 0.65 corresponde a un aumento de  $K_2$  (la intensidad mecánica) de .07 a .21 o sea 3 veces.

2).—Con frecuencia, al investigar las pesquerías y cuando se ha hecho evidente que, a pesar de las quejas universales acerca de la reducción de las capturas, la cantidad de peces capturados, como se observa en los datos estadísticos, no han disminuído, las capturas reducidas de pescadores individuales se explican por el hecho de que gracias al aumento en su número, caen menos peces en la porción de cada pescador que como ocurría originalmente. Aun cuando tal explicación parece natural, necesita, sin embargo, tomarse con reservas, porque de otro modo es fácil llegar a una visión enteramente incorrecta del problema. Tal distribución de las capturas sólo tendría lugar si *todos los peces en la cuenca* fueran tomados de un estanque seco, por ejemplo, entonces la magnitud total de la captura promedio no dependería del número de pescadores y estaría en proporción inversa a su número. Sin embargo, una pesquería sólo captura *una parte de la cantidad de peces existentes en una cuenca* (esta parte es mayor cuanto más grande es el número de pescadores participantes en la pesca) y la magnitud de la captura de cada pescador depende solamente de la abundancia de peces en la cuenca y del funcionamiento de los avíos de pesca etc. y no depende directamente del

De este modo hemos obtenido aun otra confirmación independiente de que el valor del coeficiente de mortalidad natural de la platija, determinado anteriormente, no se encuentra muy lejos de la verdad. Si este es realmente el estado de cosas, es imposible no adherirse al punto de vista de Kile (12) quien afirma que "la solución práctica del problema de la sobrepesca se reduce a determinar si un área intensamente pescada es capaz de soportar un mayor (o menor) número de unidades de pesca que las que soporta en un momento dado, para lo cual, es necesario tomar en consideración el precio del pez y las ganancias promedio de una unidad de pesca".

Una de las medidas más frecuentemente propuestas para mejorar las pesquerías es establecer un tamaño mínimo de peces capturados y es interesante examinar su importancia teórica. Un tamaño legal mínimo si es observado estrictamente de modo que los peces debajo del tipo fijado no sean afectados y peces sobre la medida establecida sean pescados a completa intensidad, corresponde como se ha mencionado a las características que debe poseer la dimensión  $L$  en la fórmula 8".

$$P_2 = rw L^3 \frac{k_2 q}{k_0 + k_2}$$

En la resolución de nuestro problema o sea, determinar el cambio en el peso de la captura en relación con los cambios de la longitud  $L$ , para un valor dado de la mortalidad natural  $K_0$  e intensidad de pesca  $K_2$  es necesario tener en mente que con el aumento en la longitud  $L$ , el valor de  $r$  decrece debido a la mortalidad natural de los peces.

Utilizando por tanto la fórmula 7' deducida previamente, sustituimos en la fórmula 8" por la cantidad  $r$  su equivalente:

$$r = N_0 e^{-k_0 L}$$

---

número de pescadores (el número de pescadores sólo tiene influencia indirecta en cuanto a que causa reducción en la abundancia de peces en la cuenca) y no hay, por tanto, subdivisión de las capturas entre los pescadores.

Solamente en el importante caso especial en que el peso total de la captura, no obstante una alteración en la intensidad de pesca, permanece inalterado, las cosas ocurren como si la captura fuera compartida entre un número más pequeño o más grande de pescadores.

la fórmula 8" asume entonces la forma final:

$$P_2 = \frac{w k_2 N_0}{k_0 + k_2} L^3 q e^{-k_0 L}$$

donde el primer factor  $\frac{w k_2 N_0}{k_0 + k_2}$  es una constante y el cambio en el peso de la captura con alteración de la longitud  $L$  será proporcional al factor:

$$v = q L^3 e^{-k_0 L}$$

que solamente varía con  $L$ .

Los resultados de los cálculos obtenidos utilizando esta fórmula son mostrados en la figura 11, donde  $k_0=0.06$  y  $k_2=0.14$ , valores establecidos previamente para la platija. Los valores de  $L$  en cm se indican sobre el eje de las abscisas y sobre las ordenadas los valores de  $v$ .

*Esta figura muestra que con un aumento de la longitud mínima de la platija a 45 cm, el peso total de la captura aumenta, pero no a tal grado como para producir un cambio radical en la pesquería.*

Por tanto, aumentando el tamaño mínimo  $L$  de 25 a 30 cm, el peso de la captura aumenta 14% y con un aumento de la longitud mínima de 30 a 35 cm, el peso de la captura aumenta 9%; y esto es suponiendo la perfecta observancia de la regulación para el tamaño legal.

Finalizando la parte teórica del trabajo, notemos que el método utilizado para investigar las capturas ideales de las pesquerías marinas, puede ser aplicado también al estudio de las pesquerías de peces anadromos. De hecho, la peculiaridad esencial de las pesquerías de peces migratorios consiste en que los peces sujetos a la pesquería viven en el mar en condiciones ordinarias donde no son vulnerables a la pesca; solamente en el curso de breves períodos, por lo general, (cuando entran a los ríos a reproducirse) están expuestos a la pesca bajo circunstancias que favorecen al desarrollo de una gran intensidad de captura. Teniendo presente, en este caso el pez crece solamente mientras se encuentra en el mar y que durante su viaje reproductivo no se alimenta ni aumenta de tamaño, es fácil conociendo el coeficiente de mortalidad natural en el mar  $k_0$  y la intensidad de explotación durante una sola corrida, construir directamente una curva de la mortalidad de cada clase anual de peces. Comenzando el cálculo del tiempo desde la fecha en que comienza el retorno hacia el mar, vemos que durante un año, la curva será paralela a una de las curvas de la figura 8; al final del año la curva mostrará un descenso repentino (puesto que

solamente  $\emptyset$  % del número total que entran al río, volverá al mar y entrará en la clase anual siguiente), pero a continuación prosigue de acuerdo con la ley original y así sucesivamente. No es difícil, convencerse de que en este caso también si la magnitud de la producción anual de peces jóvenes y también los valores de  $k_0$  y  $\emptyset$  no cambian, entonces la curva obtenida coincidirá en todos respectos con la curva de distribución al final del año, esto es, al tiempo de la pesquería; y como sólo de 5 a 6 grupos a clases anuales tienen importancia en la pesquería, entonces la suma y demás operaciones pueden ser ejecutadas directamente sin recurrir a las fórmulas; en cuya forma será posible investigar sin dificultad las peculiaridades que distinguen a la pesquería. Sin embargo, en el estudio de las pesquerías de peces migratorios debe darse gran interés a la divergencia individual de la pesquería marina del esquema ideal, porque éste no difiere esencialmente de las pesquerías marinas (1)

Por esto, en general, las deducciones a que se arribó con anterioridad, podrán ser consideradas ciertas y proporcionarán cálculos justos en todo respecto.

#### ESTABILIDAD DE LAS PESQUERIAS Y SUS FLUCTUACIONES PERIODICAS

“La investigación de las peculiares condiciones por medio de las cuales, la fertilidad, por una parte y las fuerzas opuestas, por la otra, mantienen varias especies de peces en estado de equilibrio es uno de los problemas más importantes de la Biología Marina. Es notable, por ejemplo, que *Solea vulgaris*, dos veces más fértil que la platija y *Rhombus maximus* que es 10 veces más fértil que el mismo pez, forman sólo pequeña parte de las capturas en comparación con la especie referida.

El arenque es el menos fértil de todos los peces comerciales, pero la captura de este pez, excede la captura total de las otras especies”

KYLE

La cantidad total de peces de una especie dada puede ser dividida en dos partes: a) peces cuya longitud es menor que  $L$  y b) peces mayores que  $L$ . Hemos considerado el efecto de la pesquería sobre esta segunda parte y mencionado de paso que las concepciones ordinarias de sobrepesca no son correctas y que la estabili-

1).—Porque la peculiaridad de la pesquería de peces migratorios consiste sólo en el hecho de que la mortalidad natural y la captura en lugar de actuar simultáneamente como en pesquerías marinas, actúan alternada o consecutivamente.

dad de cualquier pesquería no depende de su intensidad sino de la constancia del número de peces en crecimiento (reclutas), que anualmente son transferidos de la parte *a* a la parte *b*. Queda por descubrirse en qué forma es determinada la composición de la parte *a* y como sería afectada por esta u otra organización de la pesquería. Es necesario anotar que esta materia ha sido muy poco investigada, puesto que las pesquerías que proporcionan la masa principal de datos en relación con la parte *b*, son incapaces de proporcionar datos referentes a la parte *a* y un estudio detallado de tales cuestiones por medio de investigación especial aún no es posible.

Al examinar las condiciones que regulan el número de peces jóvenes (parte *a*), para lo cual, desgraciadamente, es necesario quedar satisfecho sólo con razonamientos generales, podemos distinguir dos factores que afectan esta abundancia a saber: 1) cantidad de huevos emitida y 2) la mortalidad de los huevos y las crías. Podemos suponer con suficiente razón que la pesquería no tiene importante influencia directa en la mortalidad de los huevos y larvas: en consecuencia, la influencia de la pesquería está confinada a la reducción que causa indudablemente en la cantidad anual de huevos depositados (debido a los peces adultos que han sido capturados, esto es, como resultado de la remoción de reproductores).

Independientemente de los datos bien conocidos relativos a la extraordinaria fertilidad del bacalao y la platija, los datos reales de las investigaciones pesqueras muestran que durante el período reproductivo hay un notable exceso de huevos y larvas pelágicas, período durante el cual el número de larvas se aproxima a los 500 millones por km<sup>2</sup>. Helland-Hansen (3). (*Nota:* Párrafo subrayado y con interrogación en una de las traducciones norteamericanas). Esta circunstancia demuestra que la abundancia de las larvas en los primeros estados de desarrollo debe ser extraordinariamente grande y que sería extremadamente importante investigar las leyes que gobiernan la cantidad de jóvenes que sobreviven. Aquí, otra vez, se pueden concebir dos posibilidades:

1).—Es posible que, bajo la influencia de la interacción de muchos factores sobrevive hasta alcanzar estadíos avanzados un *porcentaje definido* de todos los huevos (independientemente de su número). En tal caso la cantidad de peces jóvenes sería proporcional a la cantidad de huevos depositada y consecuentemente, la captura de peces adultos afectaría su número.

2).—Es posible que el número total de peces jóvenes sobrevivientes esté determinada por ciertos factores constantes (por ejemplo: el área total de las playas o bancos poco profundos, adecuadas para la vida de los peces jóvenes, etc.) y consecuentemente, la *abundancia absoluta* de peces jóvenes no pueda exceder un cier-

to número o límite máximo por grande que sea la cantidad de huevos depositados. En ese caso (si la cantidad de huevos excede un cierto mínimo) la cantidad de peces supervivientes que pasan anualmente del grupo *a* al grupo *b* será independiente de la intensidad de la pesquería, es decir, no será afectada por la misma.

En lo que respecta a la pesca de la platija, hay razón al presente, para aceptar la segunda hipótesis. Toda una serie de investigaciones, admitiendo la posibilidad de una excesiva captura de platijas adultas, han hecho notar que las aguas poco profundas de la costa están sobrepobladas de platijas jóvenes, padeciendo aparentemente de alimentación insuficiente. Los experimentos hechos por *W. Gargstang* en 1904 son una confirmación directa de la condición descrita. El transplantó al Banco Dogger pequeñas platijas, capturadas cerca de la playa y marcadas, y descubrió que los peces que a lo largo de la costa crecían anualmente de 5 a 7 cm, en el Banco Dogger crecieron en 7 meses un promedio de 12 a 13 cm. *Petersen* (14) de igual modo, muestra que las platijas jóvenes, que cerca de la orilla crecen anualmente de 4-5 cm crecen de 8 a 11 cm, anuales en el Skagerrak, donde el número total de platijas es mucho menor.

Se verá de este modo que los datos proporcionados por la Biología pesquera no contradicen las bases de la teoría expuesta y que a su vez, la coincidencia entre las conclusiones teóricas y el proceso de evolución en las pesquerías, es una confirmación más de la corrección de las suposiciones hechas. Es necesario sin embargo, subrayar una vez más, que la teoría anteriormente explicada no es exhaustiva. Las condiciones de la industria pesquera son, en general, extremadamente variadas y en muchos casos difieren grandemente de las consideradas arriba, como es evidente solamente del hecho bien conocido de que algunas pesquerías están sujetas a las llamadas "fluctuaciones periódicas".

Un trabajo de *Hjort* (15) está dedicado al estudio de tales fluctuaciones, en particular, del arenque y bacalao de Noruega (principalmente el primero). El autor informa en este trabajo que la pesquería noruega de bacalao y arenque se basa en la captura de peces comparativamente viejos (arenque gordo: 3-5 años de edad; arenque grande: 6-10 años de edad) y expresa la proposición extremadamente importante de que durante cierto periodo de años, el cuerpo principal de la captura, entre 50 y 70%, consta de peces de un grupo anual dominante y los otros grupos están débilmente representados en la captura. Durante años recientes, este grupo dominante, tanto en el caso de bacalao como en el del arenque, consistió de peces nacidos en 1904. En ese año, durante las investigaciones ictiológicas, se notó una abundancia excepcional de larvas. En 1908, apareció en las capturas una masa de peces jóvenes

(que causó un descenso en el peso o tamaño promedio de los peces capturados), cuya edad fue determinada independientemente, mostrando que pertenecían a la generación de 1904 y año con año conforme los peces de este grupo aumentaron de tamaño, la longitud promedio de los peces en las capturas aumentó. Este fenómeno fue seguido hasta 1914. De aquí se concluye, que los años de abundancia de peces, son consecuencia de condiciones excepcionalmente favorables para la reproducción en alguno de los años precedentes y tal abundancia continúa (aunque disminuyendo gradualmente) durante varios años hasta que poco a poco este grupo anormalmente abundante es capturado y desaparece. Entonces ocurre un período de disminución, durante el cual la pesquería permanece a un bajo nivel, correspondiente a condiciones biológicas promedio.

Volviendo a las causas que pueden producir tan excepcional abundancia de larvas, el autor hace notar que este fenómeno, no puede ser relacionado necesariamente con una producción de huevos especialmente profusa, por lo contrario, a juzgar por la cantidad de freza de bacalao tomada durante la pesquería de Lofoten, 1904 fue uno de los peores años. De este modo aparentemente, un año con pequeña cantidad de oviposturas puede producir una gran cantidad de larvas. En consecuencia, puede concluirse que la causa de una pobre producción de larvas durante años ordinarios no es la insuficiencia de ovipostura o escasez de huevos, sino la gigantesca destrucción de larvas recién aivadas. El autor atribuye este último resultado al hecho de que la enorme cantidad de larvas requiere una gran reserva de alimentos que pueden morir por carencia de éste, especialmente en los primeros meses de la primavera. Los organismos planctónicos, en general, se desarrollan periódicamente y si tal abundancia de plancton coincide con el período cuando las larvas comienzan a necesitar alimento, entonces sobrevive un número mayor al promedio y resulta un buen año para los peces. Otro factor extremadamente importante en la vida de las larvas son las corrientes marinas, que pueden conducirlos (el estado pelágico de su vida dura varios meses) a localidades inapropiadas para su existencia. Las alteraciones en el curso de las corrientes pueden ser acompañadas por tanto, por cambios en la cantidad de larvas supervivientes.

Como se notará, el autor proporciona un cuadro muy bien equilibrado que arroja mucha luz en la importante cuestión ahora discutida.

Desgraciadamente, este trabajo deja lugar para ciertas dudas. Por ejemplo, contiene cierto número de curvas que presentan la distribución por edades en las capturas de años sucesivos, curvas que muestran con notable claridad la influencia predominante de los peces nacidos en 1904. Al mismo tiempo, el propio au-

tor señala (loc. cit. p. 14 y 18), que "los arenques de todos tamaños muy raramente ocurren en la misma captura debido a que los peces de tamaño diferente forman cardúmenes separados que se mueven independientemente uno de otro"; de igual modo, en el caso del bacalao "frecuentemente, los peces capturados varían grandemente día con día, lo cual es explicado por los pescadores, probablemente no alejándose mucho de la verdad, como debido a la aparición de diferentes cardúmenes"; y permanece incierto cómo fue posible evitar los errores causados por estos fenómenos y obtener un cuadro de material representativo.

Otra causa de error es la circunstancia de que, como se deduce de los datos estadísticos proporcionados por el autor, las capturas de arenque en Noruega han aumentado continuamente (con variaciones poco importantes) de 1904 a 1913. Sin embargo, si el monto de las capturas depende del grupo de 1904, entonces obviamente debido a la explotación y desaparición de este grupo, la magnitud de las capturas debe disminuir gradual y muy notoriamente.

Sin embargo, independientemente de que la teoría de Hjort satisfaga o no las condiciones reales del asunto en cuestión (<sup>1</sup>), es esencial acentuar la gran importancia de la tesis postulada por él:

Si la magnitud de las capturas en una serie de años, es debida a la incubación excepcionalmente generosa de larvas en uno de los años precedentes, esto puede ser determinado por investigación sistemática de la composición de estas capturas abundantes.

Comparando esta situación con los resultados de nuestra investigación de la pesquería de la platija, llegamos a la siguiente conclusión:

Para aclarar la situación de una pesquería, es necesario y suficiente, el estudio de las "*estadísticas biológicas*" (usando el término de D. Damas), principalmente, la investigación de las *estadísticas de las capturas y su constitución cualitativa* (esto es idealmente, el conocimiento de la composición de la captura por edades); es necesario sin embargo, conducir las investigaciones de modo que los datos obtenidos den un cuadro certero de la captura total. Tal representatividad del material estadístico puede ser alcanzada por supuesto (ver Apéndice II) y si por lo general, no es obtenida de hecho, es sólo porque la energía de los investigadores es gastada en las más variadas tareas en lugar de aplicarse a las que conducen directamente a la meta. Es igualmente muy importante hacer notar que tales investigaciones no demandan un número indefinido de años; si la pesquería está en condición de equilibrio, entonces realmente es suficiente estudiar las capturas de un año (si la pesquería experimenta "fluctuaciones periódicas" entonces, naturalmente, es necesario seguir

estas fluctuaciones a través de cierto número de años). *Tal investigación sistemática de las "estadísticas biológicas" da el medio, y el único medio, para un control continuo de la condición de la pesquería y ha de reiterarse que tal control debe ser una de las principales tareas de los laboratorios ictiológicos (pesqueros) existentes.*

En lo que se refiere a la segunda cuestión tratada anteriormente, referente a la suficiencia de la puesta y la supervivencia de la cría, también aquí se dispone obviamente de un camino práctico que conduce a la solución del problema. Si, como puede suponerse, la abundancia total de los jóvenes es regulada por las condiciones de su nutrición, entonces, un estudio de las leyes que gobiernan su crecimiento, dará la respuesta a la cuestión de si ha ocurrido sobrepoblación de peces pequeños en la cuenca, o por lo contrario, hay una utilización insuficiente de su producción alimenticia. En cualquier caso, tal camino dirigirá más rápidamente a una solución del problema que una investigación de la productividad de la cuenca en sí misma. Es solamente necesario que el estudio del crecimiento de los peces jóvenes sea suficientemente completo y sistemático y pueda realmente proporcionar material para llegar a una conclusión respecto a las condiciones de crecimiento de los peces jóvenes en la cuenca dada.

#### **APENDICE I.**

##### *La Verdadera Curva de Población y una Comparación con la Hipotética*

La suposición de que la oviposición se verifica continuamente y que todos los peces de una misma edad son de la misma longitud, no representa indudablemente, la realidad. Sin embargo, debido al hecho de que diferentes peces individuales crecen con rapidez desigual, los límites de las clases anuales se vuelven gradualmente menos definidos y los grupos comienzan a sobreponearse uno a otro, amalgamándose finalmente en una curva continua de la población. Pero la curva obtenida en esta forma, aunque pueda presentar semejanza externa con la curva hipotética construida sobre la base de las suposiciones en cuestión, difiere fundamentalmente de ella en su contenido o estructura interna. Es por tanto muy importante investigar la ley del desarrollo o sobreposición de las clases anuales individuales y, construyendo la correspondiente curva de población, para compararla con la curva teórica.

En la página 42 del trabajo de Heincke (4) se reproduce una

1) Esto debe ser decidido por las observaciones de los próximos años.

figura de donde se desprende que la distribución de los peces de varias longitudes, pertenecientes a una clase anual, es muy simétrica y en consecuencia puede ser representada con alto grado de aproximación por la curva normal de errores. Los cálculos adecuados muestran que:

La longitud promedio de la platija del primer grupo o clase anual esto es: (durante el segundo año de vida) sobre la base de 135 ejemplares medidos, es de 14 cm, con variancia de 18 mm (mean square deviation).

La longitud de la platija del segundo grupo anual, sobre la base de 157 ejemplares medidos, es de 25.5 cm, con variancia igual a 24 mm. Puesto que ninguna información semejante acerca del crecimiento de las platijas de tamaño comercial es dada por Heincke o en cualquier otra publicación, debemos conformarnos con la suposición de que en su crecimiento ulterior, la distribución de peces de diferente longitud pertenecientes a una clase anual, coincidirá aproximadamente con la curva normal de distribución, por lo cual la variancia de los diferentes grupos no diferirá considerablemente.

De esta manera, al construir una curva común de error para cada clase anual separada dará un resultado expresado por la fórmula bien conocida:

$$n = \frac{N}{r \sqrt{2\pi}} e^{-1/2 \left(\frac{x}{r}\right)^2} = N_1 e^{-1/2 \left(\frac{x}{r}\right)^2}$$

en donde  $n$  es el número de peces del grupo en cuestión, cuya longitud difiere en  $x$  cm de la longitud promedio del grupo:

$N$  es el número total de los peces en el grupo.

$r$  es la variación de la longitud de los peces en un grupo, dada en cm.

Supongamos que el coeficiente general de disminución anual de los peces es igual a  $1 - q$ , que  $r$  es constante para todos los grupos y que el crecimiento promedio en la longitud de los peces, en el curso de un año es  $l$  cm.

Entonces comenzando con un cierto grupo, obtenemos:

|                   |       |         |          |          |          |
|-------------------|-------|---------|----------|----------|----------|
| Número del grupo: | 0     | I       | II       | III      | IV       |
| Long. promedio:   | $l$   | $l + l$ | $l + 2l$ | $l + 3l$ | $l + 4l$ |
| Número de peces:  | $N_1$ | $qN_1$  | $q^2N_1$ | $q^3N_1$ | $q^4N_1$ |

El número total de peces de cierta longitud  $L + x$  será igual:

$$N_1 e^{-1/2 \left(\frac{x}{r}\right)^2} + qN_1 e^{-1/2 \left(\frac{x-l}{r}\right)^2} + q^2N_1 e^{-1/2 \left(\frac{x-2l}{r}\right)^2} +$$

$$+ q^3 N_{i1} l^{-1/2} \left(\frac{x-3l}{r}\right)^2 + \dots + q^n N_{i1} l^{-1/2} \left(\frac{x-nl}{r}\right)^2 ;$$

y considerando el número total de peces cuya longitud es igual a  $L + kl$  (esto es, correspondiente a la longitud promedio de un cierto grupo  $k$ ), obtenemos:

$$N_k = \dots + q^{(k-2)} N_{i1} l^{-1/2} \left(\frac{2l}{r}\right)^2 + q^{(k-1)} N_{i1} l^{-1/2} \left(\frac{l}{r}\right)^2 + q^k N_{i1} +$$

$$+ q^{(k+1)} N_{i1} l^{-1/2} \left(\frac{-l}{r}\right)^2 + q^{(k+2)} N_{i1} l^{-1/2} \left(\frac{-2l}{r}\right)^2 + \dots$$

$$9) \dots \text{ ó, } N_k = q^k N_{i1} \dots \frac{1}{q^2} l^{-1/2} \left(\frac{-2l}{r}\right)^2 + \frac{1}{q} l^{-1/2} \left(\frac{-l}{r}\right)^2 + l +$$

$$+ q l^{-1/2} \left(\frac{l}{r}\right)^2 + q^2 l^{-1/2} \left(\frac{2l}{r}\right)^2 + \dots$$

donde  $q^k N_{i1} = q^k \frac{N}{r \sqrt{2\pi}}$  es proporcional al

número de peces en el grupo  $k$ , en tanto que la expresión entre paréntesis no depende del número de grupos.

Por tanto, si el aumento anual en la longitud de los peces es constante y si la variancia es también constante, entonces el número de peces, en la curva general de la población, cuya longitud es igual a la longitud promedio de los peces de un cierto grupo anual, es proporcional al número de peces en tal grupo; *consecuentemente, tal curva de la población coincidirá con la curva de la mortalidad y con la teoría asociada a ella como se ha expuesto en el presente trabajo.*

Tomando en consideración que en el caso de la platija  $r$  (para las clases anuales más jóvenes) es menor que  $l$ , y por tanto en los cálculos con la fórmula 9), es suficiente con tomar 2 grupos a cada lado del grupo bajo examen, puede verse que si la magnitud de  $r$  y  $l$  no son constantes, sino que varían gradualmente de un grupo a otro, entonces el curso general de la curva verdadera de la población, estará próximo al curso de la curva teórica (para la investigación detallada de tal situación es necesario, por supuesto, conocer los valores numéricos de  $r$  y  $l$  y analizar la curva dividiéndola en secciones). Si la rapidez de crecimiento de los peces, está sujeta a cambios repentinos (<sup>1</sup>), entonces, esto estará representado por una ruptura en la curva de la población delimitando dos secciones de la curva de distribución correspondiente a los intervalos diferentes de crecimiento.

En la figura adjunta No. 12, se han reproducido dos curvas de población, calculadas teóricamente. Las curvas punteadas son las curvas de la distribución de peces de diferentes longitudes separadas por clases anuales, (el número de la clase anual está representado en caracteres romanos) en ellas se supone que el número de peces en cada grupo disminuye la mitad cada año ( $\varnothing = .5$ ) y que el intervalo anual de crecimiento (igual a la distancia entre las ordenadas) es, después de 7 años, solamente la mitad de lo que fue hasta el séptimo año.

La curva general de la población obtenida por adición de las curvas punteadas, está representada por la línea A B y, sobre la escala logarítmica por la línea A<sub>1</sub> B<sub>1</sub>. Como se verá, de acuerdo con la precedente fórmula 3, la reducción del intervalo anual  $l$  es acompañada por un aumento en la pendiente de la curva; por lo cual, la sección intermedia que separa las ramas derecha e izquierda de la curva, tiene una longitud aproximadamente igual a dos clases anuales.

La curva CD es análoga con la curva AB pero está trazada bajo la suposición de que la magnitud de la mortalidad anual es igual a 0.2 ( $\varnothing = .2$ ). En este caso, la zona de transición es algo más notable, a la primera inspección se ve como una joroba; para que el significado de esta joroba sea más claro, las ramas derecha e izquierda de la curva se continúan en líneas punteadas.

La figura 12 muestra que:

- 1) La superposición de las curvas de distribución, correspondientes a clases anuales separadas, da como resultado una curva extremadamente regular, donde, como se muestra con particular claridad en las ramas derecha e izquierda de la curva A<sub>1</sub> B<sub>1</sub> (trazada sobre escala logarítmica) esta curva coincide enteramente con la curva teórica; sin embargo, con pequeños valores de  $\varnothing$ , correspondientes a la mortalidad natural de la platija (curva CD), la curva exhibe una cierta ondulación.
- 2) Un cambio marcado en el cociente de crecimiento (esto es, del intervalo anual de longitud) resulta en cierta "acumulación" de peces en la zona de transición, pero aún en los casos más extremos esta joroba no tiene importancia particular y a la derecha de ella, la curva descende más rápidamente, es decir aumenta su pendiente.

---

1) De acuerdo con los datos de *Heincke*, citados en la página anterior, la platija de los 4 a los 7 años crece 5 cm., anuales, de los 7 a los 11, 2.5 cm. y de los 11 a los 22 años, 1 cm., pero tales saltos proceden probablemente de lo incompleto del material empírico.

Podemos observar que la anomalía en el curso de las curvas a que previamente se hizo referencia a propósito de las curvas de la figura 4, puede ser explicada por la existencia de una rápida disminución en el cociente de crecimiento de la platija en el séptimo y octavo años de su vida, pero, naturalmente, los datos empíricos disponibles no son suficientes para una decisión en este problema.

## APENDICE II

### *El Error del Método de Muestreo al Azar*

La fuente de errores fundamental e inevitable en las investigaciones pesqueras consiste en el hecho de que el único medio de estudiar una captura de cierta importancia es por análisis de una parte comparativamente pequeña tomada al azar <sup>(1)</sup>. Habiendo construido por ejemplo, la curva de la distribución de peces de tamaños diferentes en la muestra analizada y habiendo asignado la misma composición a toda la captura, se introduce un error inevitable en todas las consideraciones posteriores, puesto que la constitución de las muestras difiere indudablemente y probablemente en forma considerable de la constitución de la captura. En consecuencia, la investigación teórica sobre la magnitud de la posible diferencia entre la composición de una muestra tomada al azar y la constitución de la captura completa es un problema fundamental en la metodología de las investigaciones pesqueras.

Supongamos que estamos examinando una captura de N peces, agrupados en k grupos por su longitud, a intervalos de .5 cms, en donde el número de peces F en cualquiera de los grupos lo llamaremos la magnitud de dicho grupo.

|                          |                |                |                |                |                   |                |
|--------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------|----------------|
| Número ordinal del grupo | I              | II             | III            | IV             | ...m...           | k              |
| Magnitud del grupo       | F <sub>1</sub> | F <sub>2</sub> | F <sub>3</sub> | F <sub>4</sub> | ...F <sub>m</sub> | F <sub>k</sub> |

Supongamos posteriormente que hemos tomado al azar, de esta captura, cierto número de peces N que hemos dividido en el mismo número de grupos k, que difieren en longitud 0.5 cms. Designemos el tamaño de los grupos experimentales con la letra f.

|                                   |                |                |                |                |                |                |
|-----------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Número ordinal del grupo          | I              | II             | III            | IV             | ...m...        | k              |
| Magnitud del grupo en la muestra. | f <sub>1</sub> | f <sub>2</sub> | f <sub>3</sub> | f <sub>4</sub> | f <sub>m</sub> | f <sub>k</sub> |

1) Si la captura es tan pequeña que puede ser analizada por entero entonces la captura en sí es sólo una muestra tomada de la cuenca.

Comparando la composición de la muestra con la constitución de la captura, diremos que la muestra *representa* la captura, si el tamaño de cualquier grupo de la muestra  $f_m$  es al tamaño del grupo correspondiente de la captura  $F_m$ , como el número de peces en la muestra,  $n$  es al número de peces  $N$  en la captura; esto es:

$$\frac{f_m}{F_m} = \frac{n}{N}$$

una cantidad constante.

De esta manera, en cada caso separado, podemos determinar qué número de peces debe haber en un grupo dado de la muestra, si la muestra puede ser representada, de acuerdo con la fórmula

$f_m = \frac{n}{N} F$  y determinar la diferencia entre la magnitud

de un grupo dado y el valor representativo a partir de la fórmula  $d_m = f_m - f'_m$ .

Esta diferencia puede ser usada como medida de la discrepancia entre un grupo dado de la muestra cuando se compara con el grupo representativo: llamaremos a esta cantidad la *desviación* del grupo.

No es difícil percibir que aún si los valores de  $N$  y  $n$  son moderados o grandes, el número de diferentes muestras posibles, es excesivamente grande y por tanto es muy pequeña la probabilidad de que una muestra tomada al azar coincida exactamente con una muestra representativa; sin embargo, puede demostrarse que es de igual modo muy pequeña la probabilidad de que tal muestra se desvíe significativamente de dicha muestra representativa.

Para determinar la probabilidad de que una muestra tomada al azar se desvíe de la representativa no más de un cierto límite definido, podemos proceder a partir de las conclusiones de *Pearson*, contenidas en su monografía "On deviations from the probable in a correlated system of variables" (16). *Pearson* compara la distribución teórica de frecuencias de un cierto sistema de variables con la distribución observada y determina la probabilidad  $P$  de que, bajo la influencia de causas accidentales, pueda ocurrir una distribución de frecuencias que se desvíe de la teórica más que la distribución observada. Parece ser que la probabilidad buscada  $P$  es una función complicada de la siguiente expresión:

$$10) \dots u = \frac{(f_1 - f'_1)^2}{f_1} + \frac{(f_2 - f'_2)^2}{f_2} + \dots + \frac{(f_n - f'_n)^2}{f_n} \dots + \frac{(f_k - f'_k)^2}{f_k}$$

No entraremos sin embargo en el examen de esta relación, puesto que los cálculos conectados con la obtención del valor de P, pueden evitarse usando las tablas calculadas por *Elderton* (18). Por medio de los datos que *Elderton*, se ha preparado la tabla siguiente, la cual da los valores de P en función de k y u.

T A B L A I

| Número de grupos | k    | 5    | 10   | 15   | 20   | 30   |
|------------------|------|------|------|------|------|------|
| Probabilidad     | 0.5  | u=3  | u=8  | u=13 | u=18 | u=28 |
|                  | 0.1  | u=7  | u=14 | u=21 | u=27 | u=39 |
| P                | 0.01 | u=13 | u=21 | u=29 | u=37 | u=50 |

De esta tabla se concluye que si, por ejemplo, nuestra muestra está dividida en 15 partes y los cálculos, de acuerdo con la fórmula 10 mostraron que su desviación de la muestra representativa corresponde al valor de  $u = 21$ , entonces, al tomar una segunda muestra de este mismo material, sólo en 1 de 10 casos obtendremos una muestra que se desvíe más de la muestra representativa que la primeramente tomada. Viceversa; si, como sucede siempre en la práctica, desconocemos la composición que la muestra representativa tendría y deseamos llegar, por análisis de la muestra tomada, a una conclusión respecto a su desviación de la composición de la captura, entonces la Tabla I nos da la posibilidad de obtener una idea acerca de la magnitud de tal desviación. Si, por ejemplo, nuestra muestra está dividida en 20 partes, podemos afirmar que, si son tomadas 100 muestras de la captura bajo examen, una después de otra, entonces 99 de ellas diferirán de la composición representativa, menos que lo que correspondería al valor de  $u = 37$ ; esto puede ser tomado en la práctica como el límite de error de nuestras muestras.

Supongamos que los peces en la captura bajo examen están distribuidos, de acuerdo con el tamaño, siguiendo la ley normal de distribución (Curva de Gauss); entonces podemos determinar, en el caso de una muestra representativa, el número  $f_0$  de peces en la parte media, que es el grupo más numeroso; el cual depende del número n de peces en la muestra y el número k de grupos en los cuales ha sido dividida la muestra.

Obtenemos:

T A B L A I I

| Número de peces en la muestra, n | 5 000 | 1 000 | 500 | 200 | 100 | 50 |
|----------------------------------|-------|-------|-----|-----|-----|----|
| Valor de $f_0$ cuando k = 10     | 1 500 | 300   | 140 | 50  | 23  | 9  |
| Valor de $f_0$ cuando k = 30     | 480   | 85    | 40  | 14  | 7   | 3  |

Por la fórmula 10 se verá que el grado de desviación de la muestra, dependiente del número total de individuos en exceso o en defecto (en comparación con una muestra representativa), en todos los grupos de la muestra, no determina completamente

la probabilidad P; ésta depende también de la distribución de los individuos en exceso y defecto entre los grupos, y puede obtenerse el mismo valor de P por diferentes arreglos de estos individuos. Supongamos, para propósitos de orientación general, que todas las desviaciones están concentradas en el promedio de la muestra, que es el grupo más numeroso.

Obtenemos entonces:

$$u = \frac{(f_0 - f'_0)^2}{f_0}$$

11). ...  $d_0 = f_0 - f'_0 = \sqrt{u f_0}$

De donde, para valores dados de n y k que forman la probabilidad P podemos calcular el número de individuos correspondientes a P  $d_0 = f_0 - f'_0$ . Los resultados de tales cálculos son dados en la tabla III en los casos de 10 y 30 grupos y para probabilidades P = 0.5, 0.1 y 0.01

T A B L A I I I

|         | 5000 |     | 1000 |    | 500 |    | 200 |    | 100 |    | 50 |    |
|---------|------|-----|------|----|-----|----|-----|----|-----|----|----|----|
| n       | 10   | 30  | 10   | 30 | 10  | 30 | 10  | 30 | 10  | 30 | 10 | 30 |
| k       | 10   | 30  | 10   | 30 | 10  | 30 | 10  | 30 | 10  | 30 | 10 | 30 |
| $f_0$   | 1500 | 480 | 300  | 85 | 140 | 40 | 50  | 14 | 23  | 7  | 9  | 3  |
| P = 0.5 | 110  | 116 | 49   | 49 | 33  | 33 | 20  | 20 | 14  | 14 | 8  | 9  |
| P = .10 | 145  | 137 | 65   | 57 | 44  | 39 | 26  | 23 | 18  | 17 | 11 | 11 |
| P = .01 | 177  | 155 | 79   | 65 | 54  | 45 | 32  | 26 | 22  | 19 | 14 | 12 |

Los datos de esta tabla son ficticios estrictamente hablando, puesto que hemos partido de la suposición incorrecta de que todas las desviaciones se encuentran concentradas en un grupo cuando es claro que una reducción del número de peces en un grupo (en comparación con la muestra representativa) debe ser acompañada de un aumento correspondiente en otros grupos: los datos de esa tabla son expuestos a fin de demostrar una propiedad de la cantidad  $d$  que es muy importante y la cual entra en todos los cálculos subsecuentes:

Puesto que  $u$  varía casi proporcionalmente a  $k$  (en la Tabla I) en tanto que  $f_0$  está en proporción inversa a  $k$  (ver Tabla II), la magnitud  $d_0 = \sqrt{u f_0}$  para los valores dados de  $n$  y  $P$ , en la práctica (dentro de los límites de precisión o exactitud necesaria en tales cuestiones) no varía con los cambios en el valor de  $k$ ; consecuentemente, la Tabla III proporciona un punto de partida para estimar los errores posibles en las muestras divididas en cierto número de grupos (esto es, valores de  $k$  diferentes a 10 y 30).

Volvamos a la determinación del valor de P, que debe ser tomado como la base de consideraciones posteriores. Es necesari-

rio, ante todo, examinar el significado de determinar la probabilidad de uno u otro grado de error en la muestra. En práctica, el problema del error de una muestra, se origina generalmente bajo estas condiciones: tenemos dos muestras tomadas de diferentes capturas y observando que difieren entre sí en composición, se adjudica o atribuye la misma diferencia a la composición de las capturas examinadas. Surge entonces la pregunta: qué garantía tenemos de que la diferencia entre las muestras bajo comparación se debe realmente a la diferencia en la composición de las capturas y no es simplemente una cuestión de azar o mero accidente. Parecería natural demandar que esta base fuera absolutamente cierta, particularmente si esta conclusión sirve como evidencia de donde derivan consecuencias de carácter práctico. Sin embargo, el grado de certeza de una conclusión se mide por la probabilidad de que sea error y la teoría muestra que en tales casos la única cosa cierta es que el error no puede ser infinitamente grande y nuestra garantía, medida por el valor de  $P$ , está conectada con la magnitud del error posible (que depende del valor de  $d_0$ ), contra el cual nos estamos asegurando. Consecuentemente, si no estamos satisfechos con la garantía proporcionada por los valores dados de  $P$  y  $d_0$  y deseamos aumentar el valor de  $P$ , con ese sólo paso ampliamos los límites permisibles de error (que dependen de  $d_0$ ). Con esta medida aumentamos la vaguedad de nuestra conclusión, que puede perder así también, una considerable proporción de su valor práctico. Consecuentemente, en tales casos no se debe ser demasiado exigente y un valor de  $P = 0.01$  (de acuerdo con la última columna de la tabla III donde se muestra que hay 99 probabilidades en 100 de que el error no excederá el límite mostrado en la tabla) puede ser considerado como enteramente suficiente; y tanto más así puesto que en el muy improbable caso de que el error exceda el límite establecido, es enteramente despreciable la probabilidad de que lo exceda considerablemente. A fin de valorar aún mejor el grado de garantía proporcionado por un valor de  $P = .01$ , puede hacerse notar que, por comparación de cualquier desviación con el *error posible* para valorar su magnitud, se atribuye significancia a la desviación sólo en el caso de que exceda considerablemente la magnitud del *error posible*; si no es así, nuestro juicio se vuelve automáticamente menos categórico y por tanto, cierta vaguedad en la dimensión del límite máximo del error posible, no afecta el carácter de un juicio. Si tenemos que comparar dos muestras, es necesario, entonces, calcular el posible error de ambas, con lo cual, de acuerdo con el bien conocido teorema de la Teoría de Probabilidades: la probabilidad de que el error en ambas muestras alcance simultáneamente su máximo, es igual al producto de sus probabilidades, esto es  $= 0.01 \times 0.01 = 0.0001$  el cual es enteramente insignificante (!).

Así el valor de  $P = 0.01$  da una garantía enteramente suficiente. En lo que respecta a la posibilidad de que sea satisfactorio un valor más pequeño de  $P$ , reduciendo así el límite del error postulado, como se verá en la Tabla III, una reducción de los valores de  $P$  a 0.1 y menos no resulta en una reducción considerable del valor  $d_0$ . Es por tanto enteramente conveniente tomar el valor de  $P = 0.01$  como punto de partida para proseguir en posteriores consideraciones.

Volviendo a nuestro argumento previo, supongamos que todas las desviaciones en una muestra dada están distribuidas uniformemente en  $s$  grupos promedio o centrales, cuya abundancia es uniforme y próxima a la abundancia del grupo más grande y puede ser tomada como igual a  $f_0$ .

Entonces, por la fórmula 10, el valor  $u$  es igual a  $u = \frac{s (f_0 - f'_0)^2}{f_0}$

y para que este valor pueda ser igual al que se consideró al calcular la Tabla III es necesario hacer esta expresión igual al valor de  $u$  dado en la fórmula 11).

$$u = \frac{s (f_0 - f'_0)^2}{f_0} = \frac{d_0^2}{f_0}, \quad \text{ó} \quad f_0 - f'_0 = \frac{d_0}{\sqrt{s}};$$

y la desviación total de la muestra, igual a la suma de las desviaciones de los grupos separados:

$$s (f_0 - f'_0) = d_0 \sqrt{s}$$

Consecuentemente, si la desviación de una muestra consta de las desviaciones de varios de sus grupos, entonces el valor de la desviación permitida en cada grupo separado es menor que la dada por la Tabla III (pero la desviación total de la muestra es mayor que la dada en dicha Tabla). Por tanto, la desviación en

1) Consecuentemente, en la comparación de muestras, hay cierta base para proceder de un valor de  $P = 0.1$ , suponiendo que ellas difieren en  $2d_0$  (donde  $d_0$  se toma de la columna penúltima de la Tabla III).

un grupo individual alcanza su máximo en el caso de que el número de estos grupos que se desvían es un mínimo, o sea 2. Puesto que el tamaño de la muestra  $n$  es una cantidad constante, en cada caso individual, esto último es posible solamente si en un grupo el número de especímenes  $fn'$  excede a  $fn$  en  $v$ , y en el otro grupo donde  $fn'$  es menor a  $fn$  en  $v$ . Entonces, como antes, tenemos por la fórmula 10).

$$\frac{v^2}{f_n} + \frac{v^2}{f_m} = \frac{d_0^2}{f_0} \quad \text{ó} \quad v^2 \left( \frac{1}{f_n} + \frac{1}{f_0} \right) = \frac{d_0^2}{f_0}$$

Es fácil ver que  $v$  alcanza su máximo valor cuando la expresión  $\frac{1}{f_n} + \frac{1}{f_m}$  alcanza su mínimo o cuando  $fn$  y  $fm$

tengan su menor valor posible,  $fn = fm = f_0$ . Si estamos interesados en un cierto grupo determinado de frecuencia  $fn$ , entonces el valor mínimo posible de  $v$  para este grupo, será alcanzado cuando  $fm = f_0$ .

Entonces obtenemos:

$$v^2 \left( \frac{1}{f_n} + \frac{1}{f_0} \right) = \frac{d_0^2}{f_0} \quad \text{ó} \quad 12) \dots v = d_0 \sqrt{\frac{fn}{f_0 - fn}} = \frac{d_0}{\sqrt{1 + \frac{f_0}{fn}}}$$

Sustituyendo  $fn = f_0$ , en esta fórmula, obtenemos la mínima desviación posible  $v$  de un grupo  $v = \frac{d_0}{\sqrt{2}}$  la cual corresponde a una desviación general de la muestra:  $2v = d_0\sqrt{2}$

Si ahora la frecuencia del grupo es menor que  $f_0$  entonces  $v$  será menor que este valor y puede ser calculado de acuerdo con la fórmula \* ) dada más abajo.

En lo que se refiere al valor máximo de la desviación total de la muestra, no es difícil probar que ocurre cuando:

$$\begin{aligned} * \dots \frac{f_1 - f'_1}{f_1} &= \frac{f_2 - f'_2}{f_2} = \frac{f_3 - f'_3}{f_3} = \frac{f_m - f'_m}{f_m} \dots = \\ &= \frac{fn - f'_n}{fn} = \dots = \frac{fk - f'_k}{fk} = \psi \end{aligned}$$

De hecho, un aumento de la desviación total puede ocurrir solamente si en un grupo en el que  $f_m$  es mayor que  $f_n$ , el número de especímenes  $f_m$  aumenta aún más y alcanza por ejemplo, el valor  $f_m + 1$  y en otro grupo, en el cual  $f_n$  es menor que  $f_m$ , el valor  $f_n$  disminuye precisamente la misma cantidad (debido a la constancia del valor de  $n$ ) esto es, en el caso supuesto, es reducido a  $f_n - 1$ .

Entonces los términos correspondientes a estos grupos en la fórmula 10:

$$u = \sum \frac{(f_i - f'_i)^2}{f_i} = \frac{(f_1 - f'_1)^2}{f_1} + \frac{(f_2 - f'_2)^2}{f_2} + \dots$$

$$+ \frac{(f_m - f'_m)^2}{f_m} + \dots + \frac{(f_n - f'_n)^2}{f_n} \quad \text{que es igual a:}$$

$$\frac{(f_m - f'_m)^2}{f_m} + \frac{(f_n - f'_n)^2}{f_n} = \frac{(\psi f_m)^2}{f_m} + \frac{(\psi f_n)^2}{f_n} = \psi^2 (f_m + f_n),$$

es convertido en:

$$\frac{(\psi f_m + 1)^2}{f_m} + \frac{(\psi f_n + 1)^2}{f_n} = \psi^2 (f_m + f_n) + 4\psi + 1/f_m + 1/f_n$$

y consecuentemente el valor de  $u$  aumenta en  $4\psi + 1/f_m + 1/f_n$

De esta manera, un aumento en la desviación de una muestra más allá de lo que se define en la expresión: \*) resulta en un aumento del valor de  $u$  y en consecuencia la expresión (1) muestra el valor máximo de la desviación total que puede ocurrir para un valor dado de  $u$ .

Introduzcamos ahora los valores de las desviaciones  $f_i - f'_i$  definidos por la expresión en la fórmula 10. Obtenemos.

$$u = \sum \frac{(f_i - f'_i)^2}{f_i} = \psi^2 (f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k) = \psi^2 n$$

y comparando esto con el valor de  $u$  previamente encontrado:

obtenemos finalmente:

$$13) \dots \psi = \frac{d_0}{\sqrt{nf_0}}$$

correspondiente a la desviación de los grupos más numerosos:

$$\psi f_0 = d_0 \sqrt{f_0/n}$$

y para la desviación total de la muestra:

$$\psi n = d_0 \sqrt{n/f_0}$$

donde los valores bajo el radical dependen (para la ley de distribución dada) solamente del número  $k$  de grupos en los cuales ha sido dividida la muestra y son mostrados en la Tabla IV (para una distribución normal).

TABLA IV

| Números de grupos $k$   | 5   | 10  | 20  | 30  |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|
| Valor de $\sqrt{f_0/n}$ | 0.8 | 0.5 | 0.4 | 0.3 |
| Valor de $\sqrt{n/f_0}$ | 1.3 | 1.8 | 2.5 | 3.3 |

Los resultados hasta aquí obtenidos hacen posible determinar, en cada caso por separado, la cuestión del límite de error de las muestras, independientemente de la ley que gobierna la distribución de peces en la captura y en las muestras.

En la práctica:

De acuerdo con las cifras de la última columna en la Tabla I determinamos el valor de  $u$  que depende del número de  $k$  de grupos en los cuales fue dividida la muestra.

En seguida, de acuerdo con la fórmula 11, encontramos el valor de  $d_0$ , poniendo en lugar de  $f_0$  el número de individuos del grupo más numeroso de nuestra muestra.

Entonces podemos encontrar el límite de error de cualquier grupo de la muestra que sea de interés para nosotros, sustituyendo la frecuencia de este grupo en el lugar de  $f_n$  en la fórmula 12:

$$v = \frac{d_0}{\sqrt{1 + f_0/f_n}}$$

que da el valor limitante para la desviación del grupo más numeroso de la muestra:

1) Al hacer estos cálculos en la práctica se hace necesario por supuesto substituir por  $f_0$  y  $f_n$  los valores imprecisos (menos exactos de  $f'_0$  y  $f'_n$ ).

$$v_m = \frac{d_0}{\sqrt{2}}$$

La fórmula 12 define el valor de  $u$  partiendo de la suposición de que toda desviación es dividida entre dos grupos. Sin embargo, si la muestra fue dividida en un número considerable de grupos, tal suposición es improbable y obtendremos un valor más plausible si suponemos que la desviación o error está distribuida entre los grupos, en proporción a sus frecuencias. En este caso, el grado relativo de error  $\psi$  es determinado por la fórmula 13)

$$\psi = \frac{d_0}{\sqrt{nf_0}}$$

que proporciona el valor de la desviación de cualquier grupo de la muestra (usando los primeros símbolos):

$$v' = d_0 \sqrt{f^2 n / nf_0}$$

y la desviación del grupo más numeroso:

$$v'_m = d_0' \sqrt{f_0 / n}$$

Si se postula que la *distribución de las frecuencias* en los grupos diferentes de la muestra, concuerda con la curva normal de distribución (la forma exacta de la curva no influye y puede aún ser asimétrica) entonces, es posible expresar los resultados anteriores en forma aún más conveniente, lo que permite arribar a importantes conclusiones de carácter general.

En este caso, conociendo la magnitud  $n$  de la muestra, obtenemos inmediatamente de la Tabla III el valor de  $d_0$  y de igual modo, de acuerdo con las fórmulas recién establecidas, los valores  $v$ ,  $v_m$ ,  $v'_m$  entre los cuales pueden ser calculados por adelantado los valores de  $v$ ,  $v_m$ , y  $v'_m$ , y la desviación total de la muestra  $\psi$  a partir de la magnitud de la muestra  $n$  y el número de grupos  $k$  en los cuales es dividida. Los resultados de tales cálculos son dados en la Tabla V donde, para facilitar la comparación, el valor de la desviación es expresado en % del número  $n$  de la muestra.

Por examen de esta Tabla, vemos que infortunadamente el método de muestras al azar, que no puede ser evitado, da un resultado menos que satisfactorio, especialmente si la muestra consiste en un número pequeño de individuos.

T A B L A V

| Núm. de peces en la muestra   | 5000 | 1000 | 500 | 200 | 100 | 50    |
|---|------|------|-----|-----|-----|-------|
| Desviación máxima $u_m$   | 3%   | 6%   | 7%  | 12% | 16% | 20%   |
| $k = 5$ $\left\{ \begin{array}{l} v'_m \dots\dots\dots \\ \gamma_n \dots\dots\dots \end{array} \right.$   | 3    | 6    | 7   | 12  | 16  | 20    |
| $k = 10$ $\left\{ \begin{array}{l} v'_m \dots\dots\dots \\ \gamma_n \dots\dots\dots \end{array} \right.$  | 4    | 10   | 13  | 22  | 32  | 40    |
| $k = 20$ $\left\{ \begin{array}{l} v'_m \dots\dots\dots \\ \gamma_n \dots\dots\dots \end{array} \right.$  | 2    | 4    | 5   | 9   | 12  | 14    |
| $k = 30$ $\left\{ \begin{array}{l} v'_m \dots\dots\dots \\ \gamma_n \dots\dots\dots \end{array} \right.$  | 6    | 14   | 18  | 31  | 45  | 54    |
| $k = 50$ $\left\{ \begin{array}{l} v'_m \dots\dots\dots \\ \gamma_n \dots\dots\dots \end{array} \right.$  | 1.5  | 3    | 4   | 7   | 10  | 12    |
| $k = 75$ $\left\{ \begin{array}{l} v'_m \dots\dots\dots \\ \gamma_n \dots\dots\dots \end{array} \right.$  | 9    | 20   | 25  | 44  | 62  | 74    |
| $k = 100$ $\left\{ \begin{array}{l} v'_m \dots\dots\dots \\ \gamma_n \dots\dots\dots \end{array} \right.$ | 1    | 2    | 3   | 5   | 7   | 10    |
| $k = 150$ $\left\{ \begin{array}{l} v'_m \dots\dots\dots \\ \gamma_n \dots\dots\dots \end{array} \right.$ | 10   | 26   | 33  | 55  | 77  | (110) |

Inevitablemente surge la cuestión de si los datos de la Tabla no son muy exagerados y presenta un límite de error posible, que en la práctica no es necesario tomar en consideración. La Tabla III da una respuesta a esta pregunta. De ella se deduce que para un aumento de  $P$  de 0.01 a 0.5 el valor de  $d_0$  disminuye a 0.6 de su valor original, si la muestra se divide en 10 grupos y a 0.7 si la muestra se divide en 30 grupos. En este caso, sin embargo, una probabilidad de  $P = 0.5$  indica la completa incertidumbre de las conclusiones. Muestra solamente que si consideramos varias muestras, es probable que en la mitad de los casos la desviación será de 0.6 a 0.7 de la que se da en la Tabla V y en la otra mitad, es mayor que este valor. Consecuentemente, aun si es posible postular que en algún caso particular la desviación es un poco menor que la dada por la Tabla V, sería un error obvio hacer deducciones sin tomar en consideración la posibilidad de errores mayores en 0.5 ó 0.6 de los valores dados por la Tabla. El examen de algunos datos empíricos nos conduce a la misma conclusión.

El autor, estando interesado desde hace mucho tiempo en el problema del error del método de muestras al azar, ha intentado determinarlo experimentalmente. Tomó varias muestras de una captura con redes, una después de la otra, cada una consistente de aproximadamente 100 peces, comparándolas entre sí y de igual modo con la distribución de la captura por especies de acuerdo con la pesquería, e intentó encontrar el límite de error posible. Sin embargo, la inconsistencia de los resultados (que conduce a la hipótesis de irregularidad de distribución de los peces en el lance, etc.) lo indujeron a abandonar este trabajo. Como ejemplo de los datos con que fue necesario tratar, será suficiente con

anotar los siguientes ejemplos de 3 muestras tomadas a un tiempo.

| Long. del pez<br>(Gobio) | 17<br>cm | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
|--------------------------|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Ejemplo I ..             | 1        | 5  | 8  | 3  | 13 | 17 | 30 | 12 | 7  | 4  | —  |
| Ejemplo II ..            | 5        | 17 | 13 | 5  | 13 | 12 | 15 | 9  | 9  | 1  | 1  |
| Ejemplo III ..           | 4        | 7  | 15 | 3  | 11 | 15 | 25 | 13 | 5  | 2  | —  |

Comparando las desviaciones de los grupos separados en las diferentes muestras y determinando la suma de estas desviaciones, obtenemos: I se desvía de II en 52, II de III en 40 y I de III en 26.

Comparando estos datos con los de la Tabla V que da en nuestro caso ( $k = 10$ ,  $n = 100$ ) una desviación total  $v = n = 45$ , vemos que los resultados armonizan con las indicaciones de la Tabla (ver nota al pie de página 49).

Como confirmación posterior y útil ilustración del método, se pueden usar las notas de Einar Lea (19). Al comparar muestras al azar y examinar la distribución en ellas de 4 grupos anuales, él considera una muestra de 200 ejemplares enteramente satisfactoria por lo menos si el problema consiste en determinar cuál de los grupos anuales es el más numeroso. Seguiremos el camino indicado en la página 51.

Si una muestra de 200 individuos se divide en 4 grupos y uno de ellos se distingue por su abundancia excepcional, entonces (como el número promedio de individuos pertenecientes a un grupo es igual a  $200/4 = 50$ ) probablemente habrá en él alrededor de 100 especímenes y en los otros no más de 50. Tomemos  $f_0 = 100$  y  $f_n = 50$ .

La Tabla I no contiene datos para  $k = 4$ ; sin embargo es claro que  $u$  será menor de 13 y muy próximo a 10. Tomemos  $u = 10$ . Supongamos posteriormente que todos los ejemplares en exceso están concentrados en el grupo  $f_0$  y todos los faltantes en el grupo  $f_n$ , obtenemos entonces el valor de  $d_0$ :

$$d_0 = \sqrt{u f_0} = \sqrt{1000} = 32,$$

y el valor de  $v$ :

$$v = \frac{d_0}{\sqrt{1 + f_0/f_n}} = \frac{32}{\sqrt{1 + 100/50}} = 19$$

Podemos por tanto anticipar que en el peor caso, la muestra tomada tendrá, en lugar de  $f_0 = 100$  y  $f_n = 50$ ,  $f'_0 = 100 - 19 = 81$ , y  $f'_n = 50 + 19 = 69$ ; y el primer grupo será aún el más numeroso.

Si bajo estas condiciones, tomamos una muestra de 100 ejemplares ( $f_0 = 50$ ,  $f_n = 25$ ), entonces, repitiendo estos cálculos encontraremos  $v = 13$ , esto es, podríamos obtener  $f'_0 = 37$  y  $f'_n = 38$ , en lugar de  $f_0 = 50$  y  $f_n = 25$ ) y llegaríamos a un resultado incorrecto; por tanto la segunda muestra, no es suficientemente grande.

La magnitud de la captura total, de la cual ha sido tomada la muestra, no interviene en la teoría expuesta antes y el límite de desviación de una muestra, de la muestra representativa, etc., no depende de su magnitud en proporción de la captura, no importa cuan inapreciable o insignificante sea.

En una situación en la que estamos interesados en la determinación del valor promedio de cierta característica, se ha establecido desde hace largo tiempo que el resultado obtenido por un análisis de una muestra no depende de su relación con la abundancia de la agregación total general; este hecho es ampliamente usado en Estadística (por ejemplo en investigaciones de juegos de azar).

Este es, sin embargo, un punto de vista que siempre parece paradójico (1) y contraria al sentido común; por tanto, es útil detenerse un poco en este caso, en conexión con la aplicación de este método en las investigaciones pesqueras.

En esencia, el método de muestras promedio es un corolario de la teoría de experiencias repetidas. Tenemos que tratar, principalmente con un cierto total, que consta de  $N$  elementos, divisibles en  $k$  grupos y el número de elementos en el primer grupo es igual a  $F_1$  en el segundo  $F_2$  y así sucesivamente. Supongamos que los elementos están distribuidos uniformemente en el agregado de modo que, tomando un elemento al azar del total, la probabilidad de que este elemento pertenezca al primer grupo es  $F_1/N$ , etc. Tomamos de este total varios elementos suponiendo que las probabilidades  $F_1/N$ ,  $F_2/N$  permanecen constantes. Cuál será la constitución de una muestra tomada de esa manera?

En este planteamiento del problema, la composición de la muestra está determinada solamente por los valores de las probabilidades  $F_1/N$ ,  $F_2/N$  y la magnitud de  $N$  no afecta el resulta-

---

1) Aún más, puesto que algunos autores ofenden a veces, realmente, el sentido común, afirmando, por ejemplo, que "la precisión del resultado cuando hay una selección de 500 casos, será la misma ya sea que estos 500 casos sean seleccionados de 5 200 casos o de 520 casos" (2).

do; en consecuencia, el cociente del tamaño de la muestra sobre el tamaño de la captura no afecta el resultado.

Consecuentemente, en la práctica para tener derecho a usar las conclusiones de la teoría arriba explicada, es esencial que las probabilidades  $F_1/N$ ,  $F_2/N$  permanezcan constantes durante todo el tiempo en que la muestra es tomada, para lo cual es necesario sobre todo que los peces de diferentes tamaños estén distribuidos uniformemente en la captura. Esto último, es necesario en todo caso, independientemente de la teoría expuesta, si deseamos obtener un resultado digno de crédito (2).

Sin embargo, supongamos que estamos tratando con una captura de origen uniforme. Entonces, como se ha demostrado, la probabilidad  $p$  de que en una muestra un pez de longitud  $L$  sea incluido en ella es igual al cociente del número de individuos en el grupo correspondiente de la captura sobre el número total de la misma  $P = F/N$ . Si la muestra satisface el requisito demandado para una MUESTRA REPRESENTATIVA, esto es que en todos los grupos sea verdad la siguiente proporción:

después de tomar la muestra, la parte restante de la captura tendrá su misma constitución relativa anterior:

2) Supongamos que hemos hecho una captura de peces y por sus resultados llegamos a conclusiones respecto a la composición de la población de peces de una cuenca dada; tal suposición es permisible si las condiciones físico-geográficas son uniformes en todos los lugares de la cuenca dada y si los peces están distribuidos uniformemente. Sin embargo, si las secciones de la cuenca están bajo diferentes condiciones, entonces es necesario dividirla en secciones homogéneas e investigar cada una de ellas separadamente (en el curso de lo cual es necesario usar datos homogéneos) y este es el único método apropiado; de otro modo, ni el aumento en la cantidad de peces examinados ni ningún otro procedimiento, hará posible tener confianza en la corrección de las deducciones hechas si hay razón para tener una carencia de uniformidad imprevisible en la distribución de los peces. Las mismas consideraciones pueden ser también aplicadas al muestreo de una captura; es esencial que el trabajo esté de tal modo dispuesto, que las muestras sean tomadas de material homogéneo: para esto es necesario mezclar la captura (esto es, los peces en la captura) o separar las partes de diferente origen y tomar muestras separadas de ellas. Sin embargo, el ejemplo citado arriba muestra que una carencia aparente de uniformidad en la constitución de la captura puede deberse solamente a tamaño insuficiente de la muestra.

Consecuentemente, la probabilidad  $p$  permanecerá constante durante todo el tiempo que las muestras son tomadas y en este caso la relación entre el tamaño de la muestra y el de la captura, no tendrá importancia.

Otra es la situación si la muestra tomada difiere en composición de la muestra representativa; entonces, la parte restante de la captura tendrá una composición diferente de la que originalmente tuvo, en cuyo caso no es difícil ver que un cambio de la probabilidad  $p$  durante el muestreo tenderá a compensar las desviaciones de la muestra, en relación con la representativa.

Supongamos, por ejemplo, que al tomar la primera mitad de la muestra no ocurrió ningún individuo del grupo caracterizado por la probabilidad  $p$ . Quedan entonces en la captura  $N - 0.5n$  individuos y entre ellos  $F$  pertenecen al grupo bajo consideración. En consecuencia al tomar la segunda mitad de la muestra, la

probabilidad  $p$  es reemplazada por el valor: 
$$P_1 = \frac{F}{N - 0.5n}$$

o introduciendo el valor de  $N = tn$  y recordando que  $f/n = p$

$$P_1 = \frac{f}{t - 0.5} p > p$$

lo que significa que si la relación de la magnitud de la captura a la de la muestra  $t = 10$  entonces,  $P_1 = 1.05p$ ; para  $t = 5$ ,  $P_1 = 1.11p$  y para  $t = 2$ ,  $P_1 = 1.34p$ .

Por tanto, si al tomar la primera mitad de la muestra no aparece ningún pez de determinado tamaño, entonces en la segunda mitad de la muestra pueden ser anticipados  $0.5np_1$  de tales peces.

Sin embargo, en la realidad, como puede verse en la Tabla V la desviación de una muestra y consecuentemente de la primera mitad de la misma, no pueden exceder cierto límite. Tomando la máxima desviación posible (para toda la muestra) es  $0.1f$  lo cual significa que la desviación límite para la primera mitad de la muestra es  $0.5f$ , llegamos a la fórmula:

$$P_1 = \frac{t - 0.45}{t - 0.50} p$$

que da para  $t = 5$ , un valor  $P_1 = 1.01p$  y para  $t = 2$ , un valor  $P_1 = 1.03p$ .

De esta manera el efecto del cociente de la magnitud de la muestra a la magnitud de la captura, se expresa a si mismo sólo en el caso en que la muestra constituye no menos de  $1/5$  de la captura, esta influencia no tiene importancia práctica.

Las conclusiones de esta sección son las siguientes:

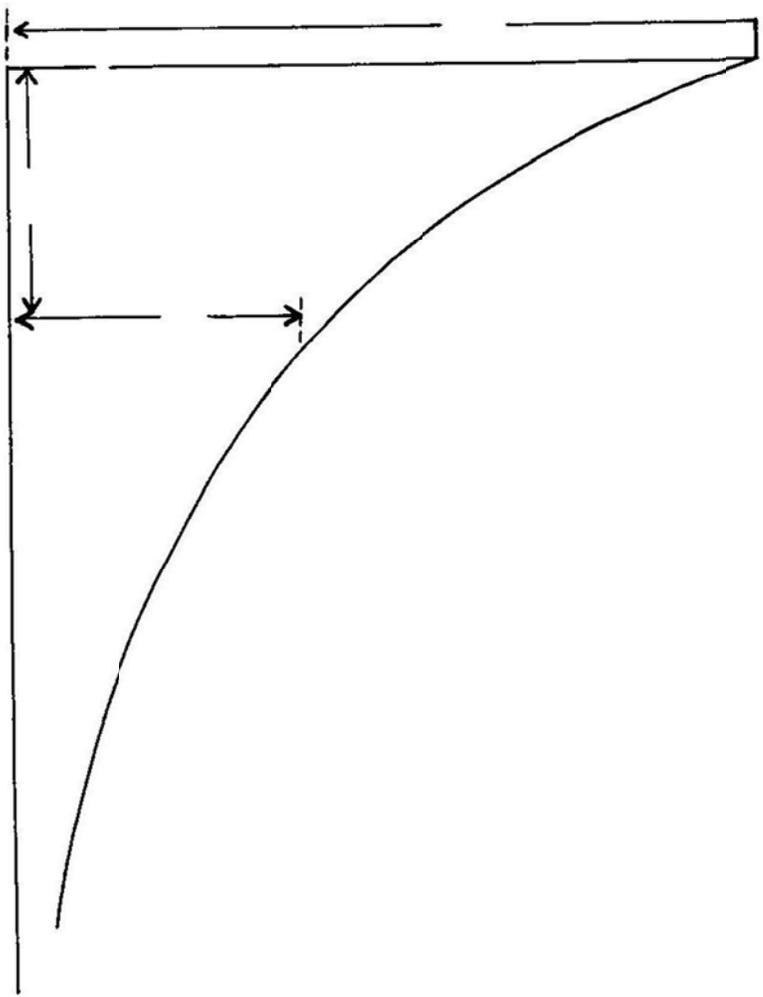
1) Las muestras al azar dan sólo una representación aproximada de la constitución de la captura; pero por otra parte si la muestra es un medio de la captura, es por tanto equivocado sobreestimar el valor de las deducciones hechas a partir de ellas.

2) Las muestras que contienen menos de 200 peces no son satisfactorias.

3) Es de desear que una muestra contenga no menos de 1000 peces. En tal caso, si se divide en 10 grupos, el error posible de cada grupo puede ser estimado en aproximadamente 15% de la magnitud de tal grupo, ( $\psi = 0.14$ ) o el error posible en el caso del grupo más numerosos es alrededor de 4 ó 5% de toda la muestra.

4) No es recomendable una división exagerada de material en un número excesivo de partes pequeñas; si la muestra consta de 500 a 1000 peces no debe ser dividida en más de 10 a 15 grupos.

FIGURA 1



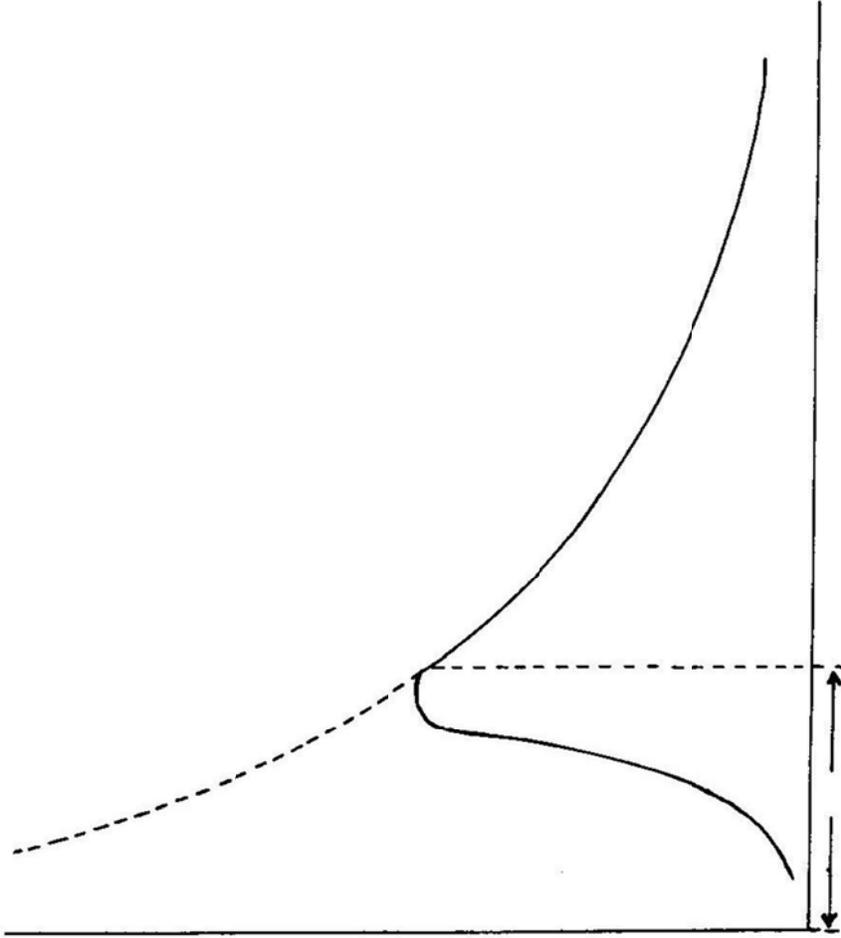


FIGURA 2

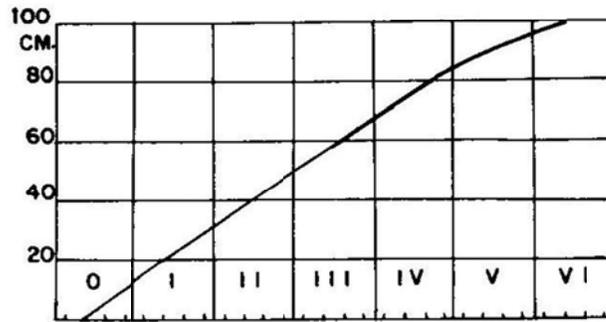


FIGURA 3

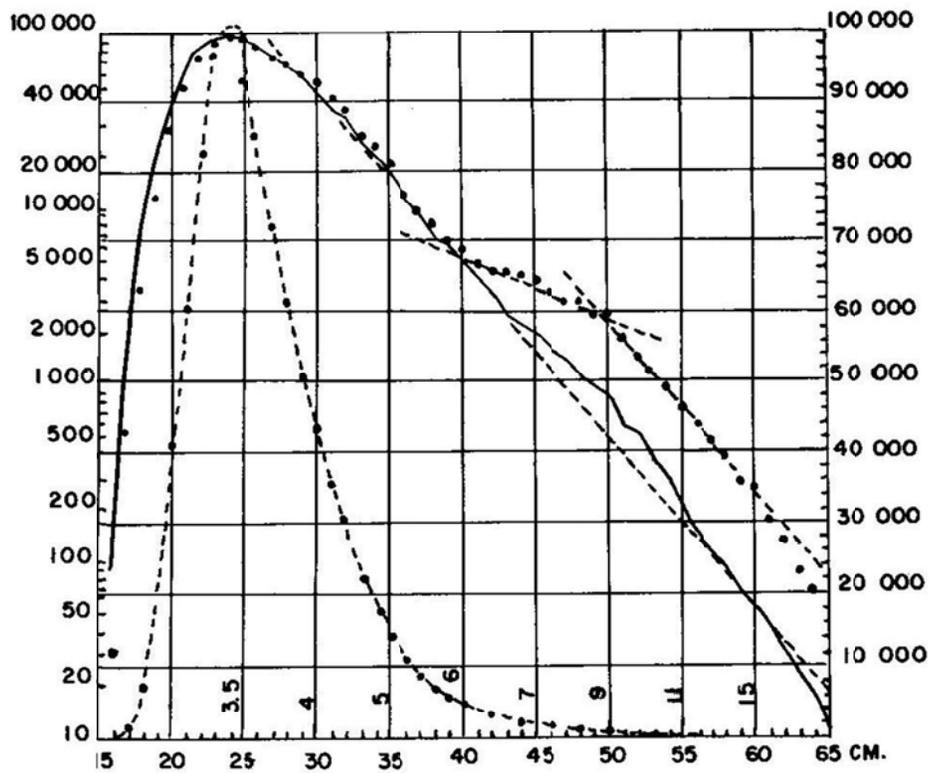


FIGURA 4

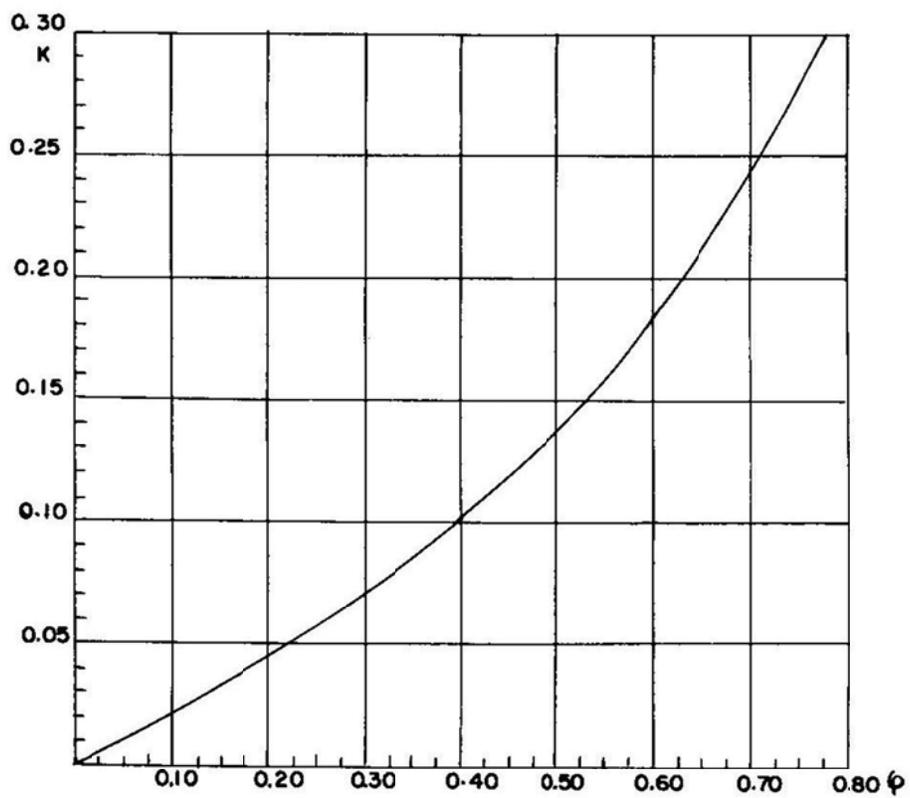


FIGURA 5

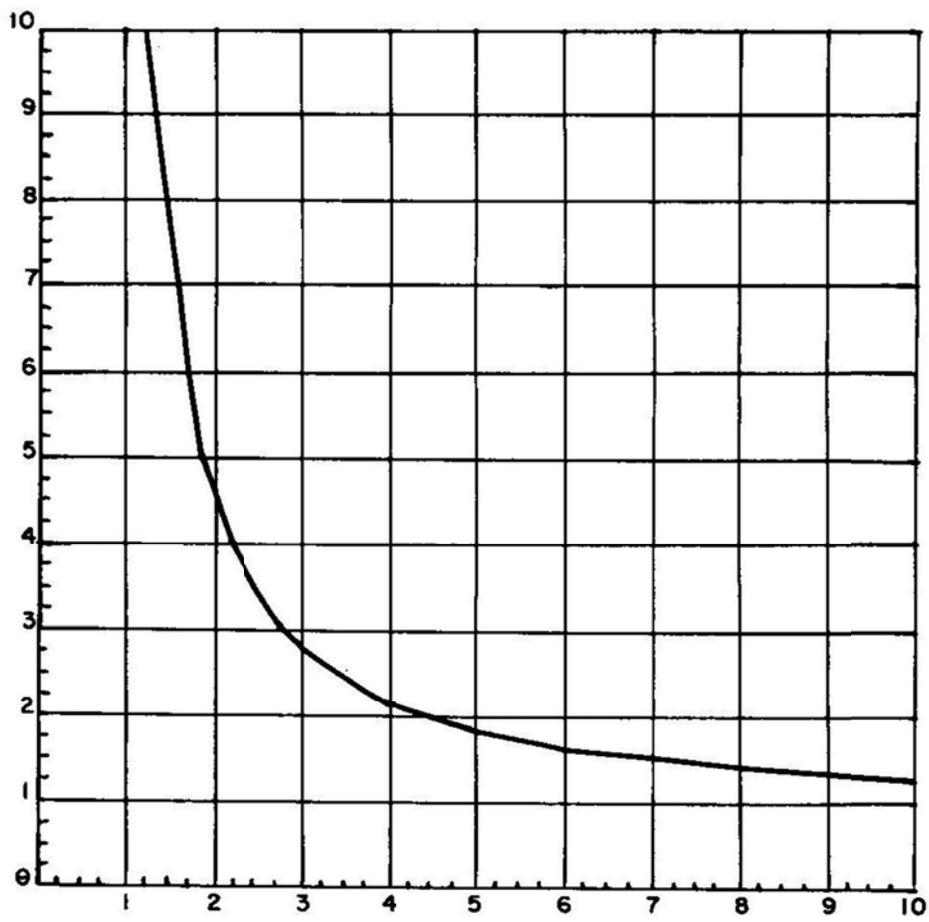


FIGURA 6

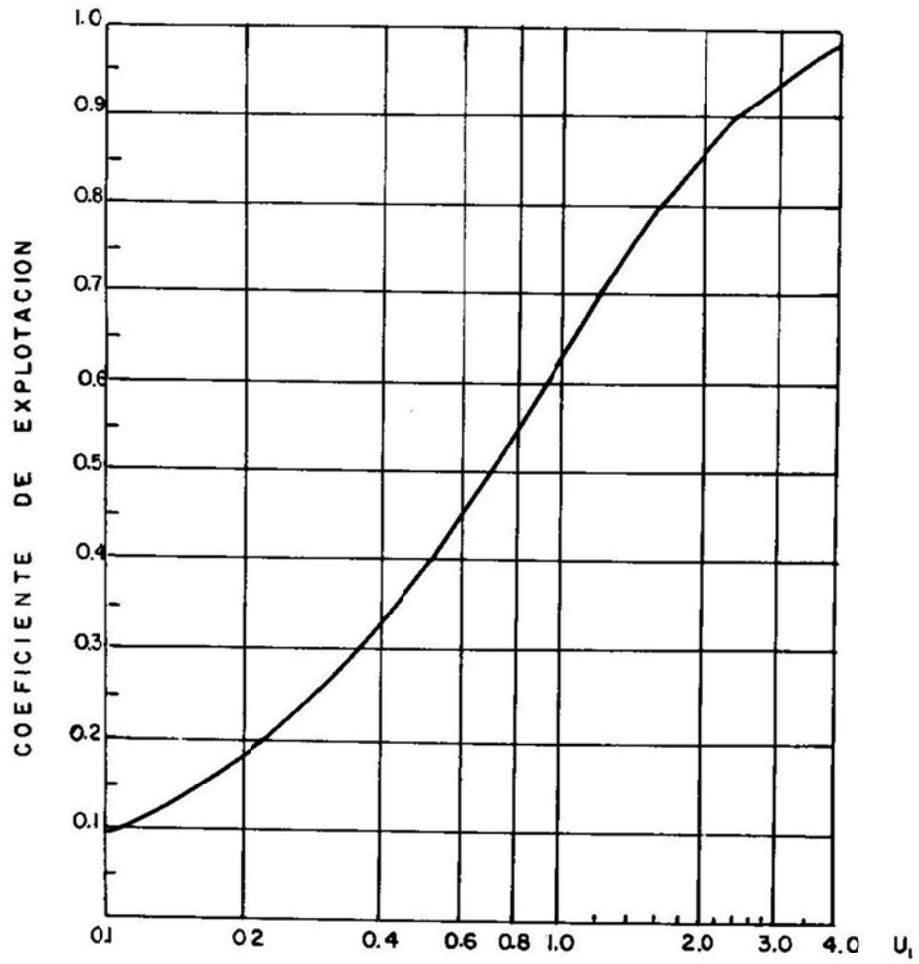


FIGURA 7

INTENSIDAD DE PESCA

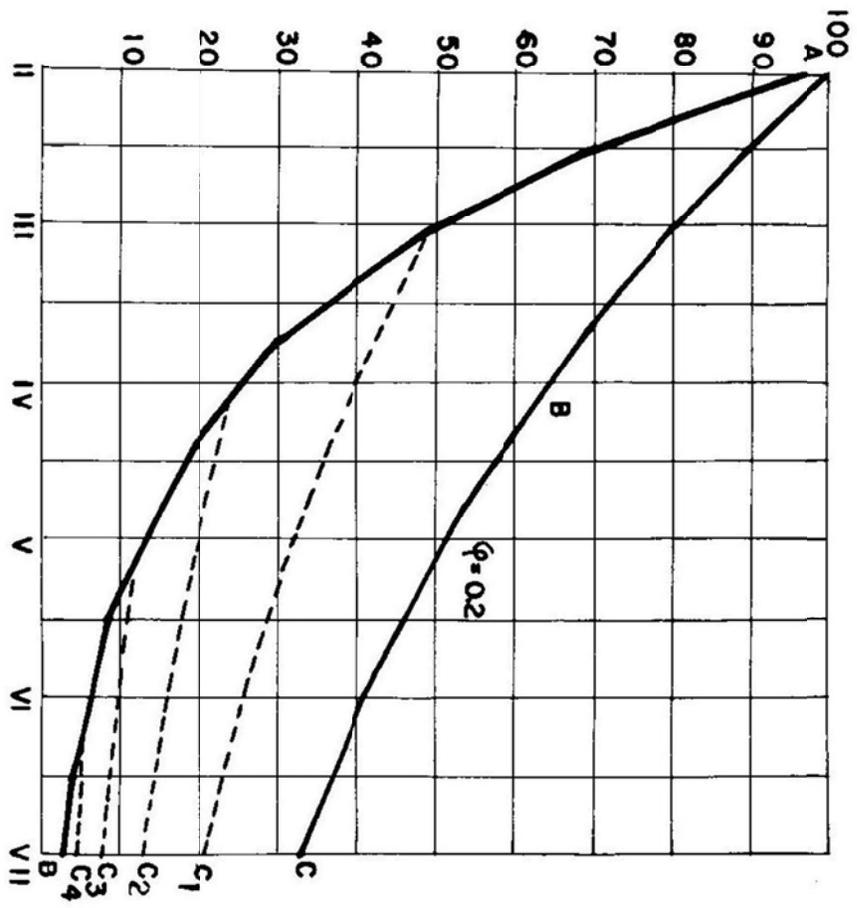


FIGURA 8

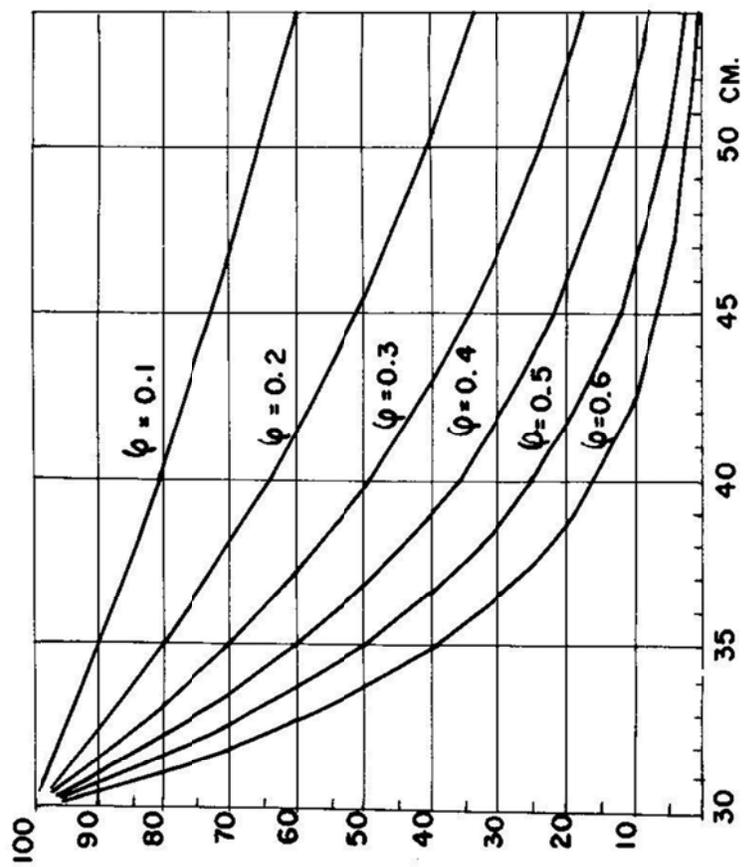


FIGURA 9

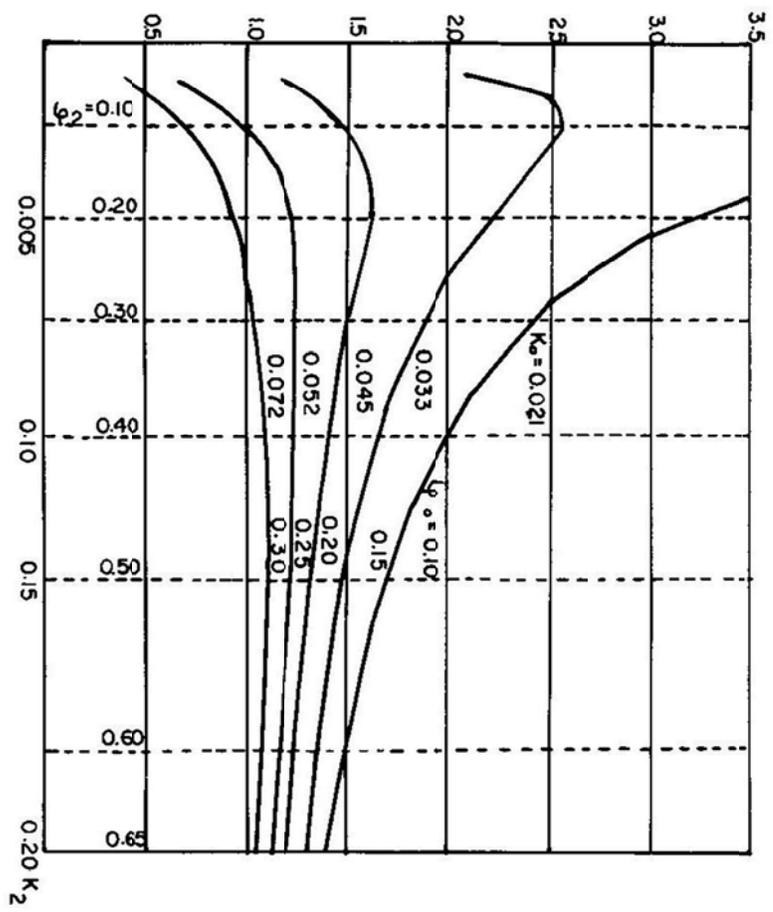


FIGURA 10

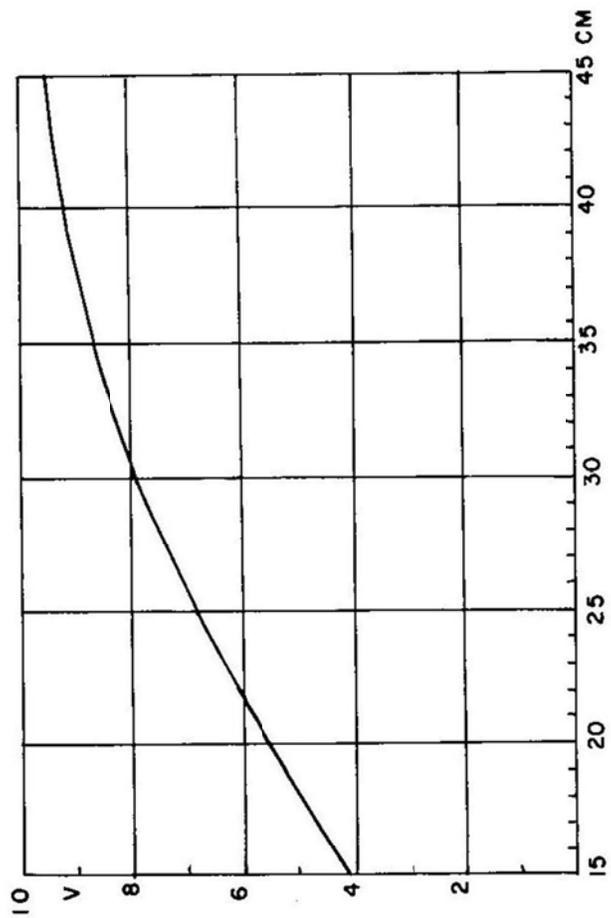


FIGURA II

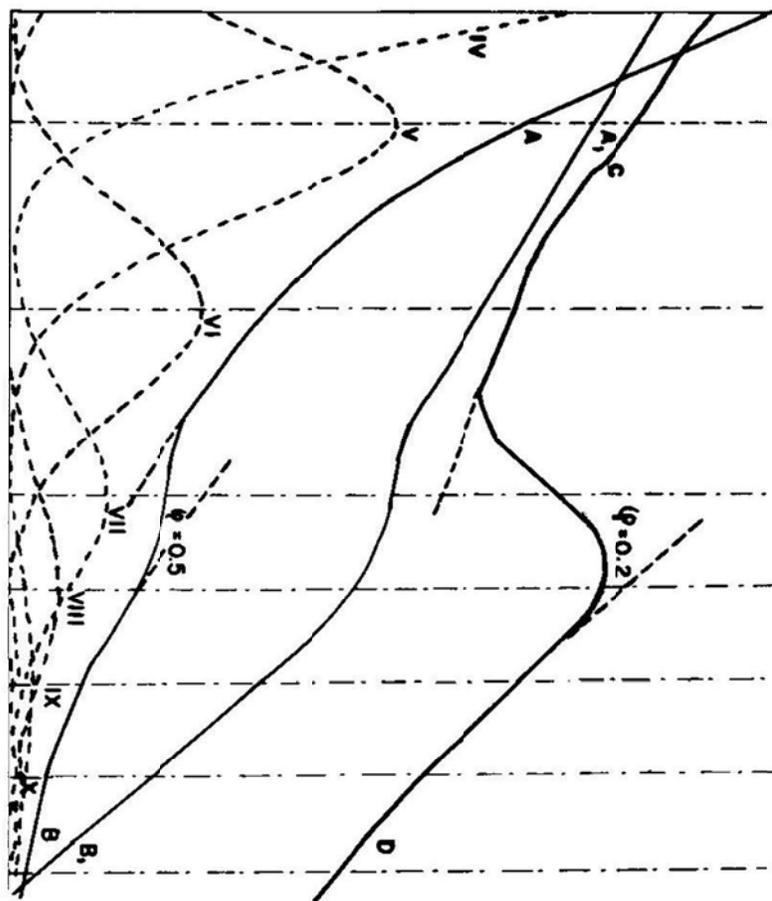


FIGURA 12

De este libro se imprimieron  
1,000 ejemplares, en papel  
couché de 66 kilos, en la Edi-  
torial de los Estados, termi-  
nándose de imprimir en junio  
de 1965.